

正交各向异性光弹性模型设计方法

史友进

(盐城工专基础科学部,盐城,224003)

摘要 根据相似理论,论述正交各向异性光弹性模型设计方法;通过引入刚度系数,讨论模型材料不满足刚度相似关系情况下的应力换算关系,并提出获得刚度影响系数的方法。

关键词 正交各向异性 光弹性 相似律 刚度影响系数

分类号 O343 O482

引言

正交各向异性光弹性实验应力分析这一新兴研究领域已经取得重大进展。模型材料已经制成^{[1][2]},应力(应变)—光定律已经建立并逐步完善和实用^{[3]~[6]},主应力分离的难题也已基本解决^{[7]~[8]}。正交各向异性光弹性方法的探索性应用虽已开展^{[9]~[11]},但由于相似律这个关键问题尚未解决,阻碍了正交各向异性光弹性方法的实用应用。文^[12]提出的光弹性理论的耦联有限元法和相似耦联有限元法因为不比通常的有限元法优越,所以没有什么实际意义。

本文首先根据相似理论,讨论正交各向异性光弹性模型设计方法;然后考虑到正交各向异性光弹性模型制作难以满足模型体与原型体刚度矩阵相似条件,引入虚拟模型体与真实模型体间的应力换算系数——刚度影响系数的概念;最后提出获得刚度影响系数的方法并考察了其精度。

1 正交各向异性光弹性模型设计方法

一般地说,正交各向异性光弹性力学问题中,应力与集中载荷 P , 线分布载荷 q , 面分布载荷 p , 集中力矩 M , 容重 γ , 结构尺寸、结构材料的弹性系数 $E_L, E_T, G_{LT}, \nu_{LT}$ 有关。结构上的应力可表示为

$$\sigma = f(P, q, p, M, \gamma, l, E_L, E_T, G_{LT}, \nu_{LT})$$

根据相似理论可得相似指标应满足如下关系:

$$\left. \begin{aligned} \frac{C_P}{C_E C_l^2} = 1; \quad \frac{C_q}{C_E C_l} = 1; \\ \frac{C_p}{C_E} = 1; \quad \frac{C_M}{C_E C_l^3} = 1; \\ \frac{C_\gamma C_l}{C_E}; \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} C_{\nu_{LT}} = 1; \quad \frac{C_{E_L}}{C_{E_T}} = 1 \\ \frac{\epsilon_{E_T}}{C_{G_{LT}}} = 1 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

若模型与原型相似,则得应力相似常数

$$C_\sigma = \frac{C_P}{C_l^2} = C_{E_T}$$

模型应力换算原型应力的关系为

$$\sigma = \frac{1}{C_{E_T}} \sigma' \quad (3)$$

研究式(2)可知,欲使模型设计满足相似条件,必须使模型体的刚度矩阵与原型体的刚度矩阵的各对应元素成比例。在此条件满足的情况下,正交各向异性光弹性模型设计与各向同性光弹性模型设计方法相同。

2 刚度影响系数及其获得方法

在模型设计和制作中,欲使模型体的刚度矩阵与原型体的刚度矩阵的各对应元素成比例很难做到。尤其在应力冻结实验中存在“ ν 影响”使上述条件几乎不能满足,故有必要寻求不满足相似条件情况下的模型应力换算原型应力的关系。为此,我们引入刚度影响系数的概念。

设满足式(1)和式(2)的模型为虚拟模型,其应力可表示为

$$\sigma' = f_1(P', q', p', M', \gamma', l', D') \quad (4)$$

而其真实模型应力可表示为

$$\sigma'' = f_2(P', q', p', M', \gamma', l', D'') \quad (5)$$

即真实模型与虚拟模型的载荷、结构尺寸各各相同,仅刚度矩阵 D' 和 D'' 不同。

由式(4)和式(5)可得

$$\sigma' = \frac{f_1(P', q', p', M', \gamma', l', D')}{f_2(P', q', p', M', \gamma', l', D'')} \sigma'' \quad (6)$$

定义刚度影响系数 k_D 为

$$k_D = \frac{f_1(P', q', p', M', \gamma', l', D')}{f_2(P', q', p', M', \gamma', l', D'')} \quad (7)$$

则有原型应力与真实模型应力换算关系式

$$\sigma = \frac{k_D}{C_{E_T}} \sigma''$$

因为函数 $f_1(P', q', p', M', \gamma', l', D')$ 和 $f_2(P', q', p', M', \gamma', l', D'')$ 可经分别用解析法或数值法求得。所以 k_D 可以用解析法或数值法求得。例如,用变分法、有限元法、边界元素法、有限差分法等求 k_D 。研究表明,近似计算 f_1 和 f_2 可以得到较精确的 k_D 值。

3 引起刚度影响系数误差的因素

模型体的刚度矩阵与原型体的刚度矩阵的各对应元素不成比例是引起刚度影响系数误差的根本原因。如果模型设计满足相似条件,那么刚度影响系数 k_D 的精确地为 1。

设用某种方法算得虚拟模型应力、真实模型应力分别为 f_{1j} 、 f_{2j} ,则计算的应力误差为

$$\Delta f_1 = f_{1j} - f_1 = E_{r_1} f_1$$

$$\Delta f_2 = f_{2j} - f_2 = E_{r_2} f_2$$

式中 E_{r_1} 和 E_{r_2} 为应力计算的相对误差, 那么, 刚度影响系数的计算值为

$$k_{DJ} = \frac{f_{1j}}{f_{2j}}$$

相对误差为

$$E_{k_D} = \frac{E_{r_2}}{1 + E_{r_2}} \cdot E_{r_1} \quad (9)$$

式中 E_{r_1} 为两模型应力计算相对误差的相对差异。

式(9)表明, 引起刚度影响系数计算误差的因素是两模型应力计算的相对误差和前述误差的相对差异。如果计算精度达到 $E_r < 10\%$, $E_{r_1} < 10\%$, 那么 $E_{k_D} < 1\%$ 。可见, 通过简易的模型应力计算可以得到精确的刚度影响系数 k_D 。

4 小结

1、正交各向异性光弹性模型设计方法与各向异性光弹性模型设计方法相同。

2、正交各向异性光弹性模型设计方法可以放松“模型体的刚度矩阵与原型体的刚度矩阵的各对应元素成比例”这一要求。

3、影响刚度系数的计算精度可以由两模型应力计算的相对误差和前述误差的相对差异控制。控制方法有待进一步研究。

参考文献

- 1 Prabhakaran, R, Model Materials for Photo-Orthotropic-Elasticity Fiber Science and Technology, V(3)n1 1980
- 2 许陆文等. 复合材料光弹性分析用模型材料. 应用力学学报. 1986, 3(2)
- 3 Sampson, R, C. A stress-Optic Law for Photoelastic Analysis of Orthotropic Composites, Exp Mech, 1970, 10(5)
- 4 Agawal B, D. Approximate Method of Orthotropic Photoelastic Analysis. 1983, 23(1)
- 5 王志伟, 许陆文. 光弹性复合材料应变-光定律研究. 复合材料学报. 1991, 8(4)
- 6 史友进, 许陆文. 正交各向异性光弹性效应的物理机制探讨. 第八届全国实验力学学术会议论文集. 1995
- 7 Hyer M, W and Liu, D. H. use of Two-Dimensional Transmission Photoelastic Models to Study Stresses in Double-Lap Bolted Joints, NASA OR 1981, 165812
- 8 王志伟, 许陆文. 正交各向异性光弹性应力分离的边界元法. 实验力学. 1990, 5(2)
- 9 Yoshido, H, Ogasa T. Uemura M Local Stress Distribution in the Vicinity of Teading in Flexural Test of Orthotropic Beams, ASME PD, V32, New York USA 1990
- 10 许陆文. 复合材料多钉连接载荷分配的光弹性验证. 第七届全国实验力学学术会议论文集. 1992
- 11 许陆文. 光弹性复合材料应力冻结初探. 第八届实验力学学术会议论文集. 1995
- 12 傅宝连. 光弹性理论的相似耦联有元法. 第八届全国实验力学学术会议论文集. 1995