摆线齿轮滚刀的齿形设计*

孙俊兰
(盐城工专机械工程系，盐城，224003)

摘　要　摆线齿轮齿形是变幅外摆线的等距线，加工摆线齿轮的滚刀齿形更为复杂，提出用齿轮啮合原理的向量矩阵法求加工摆线齿轮的滚刀的齿形，并分析滚刀加工齿轮时的啮合界限点。

关键词　摆线齿轮　滚刀　齿形　设计

分类号　TG721

摆线针轮行星齿轮属K－H－V型行星轮系，其特点是传动比大，结构紧凑，效率高，运转平稳，噪音小，负荷能力强，寿命长。用摆线针轮作减速器可代替二级、三级渐开线齿轮减速器及蜗轮减速器，它的使用已越来越广泛。

摆线针轮传动如图1所示，摆线齿轮的中心在O_1，其外圆半径为R_{r1}，根圆半径为R_{i1}，节圆半径为r_1，齿数为Z_1，针轮中心在O_2，针齿分布圆半径为R_z，针齿套半径为r_z，针齿数为Z_2，针轮节圆半径为r_2，转臂H的长度即偏心距为e。传动时，针轮固定不动，转臂H以O_2为中心转动，带动摆线轮绕针轮公转，在摆线轮齿与针齿啮合的同时，摆线轮还绕本身轴线自转。

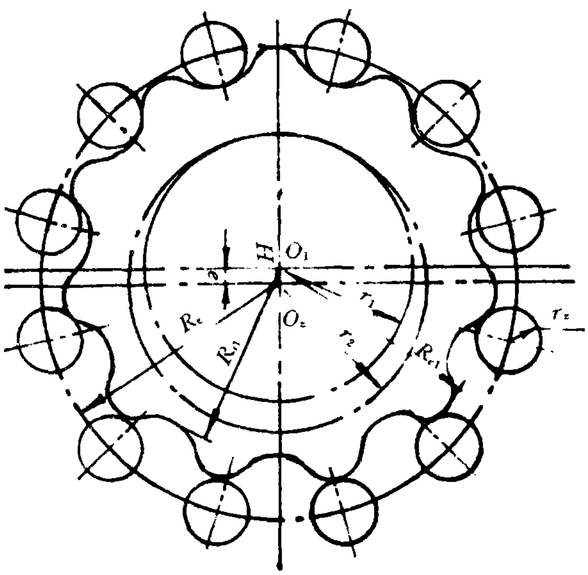

图1　针轮传动图

针轮的齿做成圆柱形套管状的针齿套，加工容易，摆线齿轮的齿形是变幅外摆线的等距线，是一条相当复杂的曲线，因而使加工摆线齿轮的滚刀齿形更加复杂。目前国内外的一些文献对摆线齿轮的滚刀设计有所介绍，但都比较复杂，本文试图用齿轮啮合原理的向量矩阵法求其设计的齿形，并用计算机求解。

1　摆线齿轮的齿形方程

为求摆线齿轮滚刀的齿形，必须先求摆线轮的齿形。求摆线齿轮的齿形，可以节点P为原

* 收稿日期：1995－09－28

点建立固定的空间直角坐标系($O-x,y,z$)，再以点 O_1 为原点建立摆线轮坐标系(O_1-x_1,y_1,z_1)，它与摆线轮固联并一起转动；以 O_2 为原点建立针轮坐标系(O_2-x_2,y_2,z_2)，与针轮2固联并一起转动。在起始位置，y_1,y_2,y 重合，x_1,x_2 与 x 平行。固定摆线齿轮，当转臂 H 相对于摆线轮顺时针转过一个角度 φ_1 时，此时针轮以节圆的内圆周在摆线齿轮节圆的外圆周上滚动，针轮相对摆线轮转角为 φ_2，针齿套固定在针轮上，随针轮一起转动。针轮的齿形方程可写为

$$x_z = r_z\sin\gamma$$

$$y_2 = R_2 - r_2\cos\gamma$$

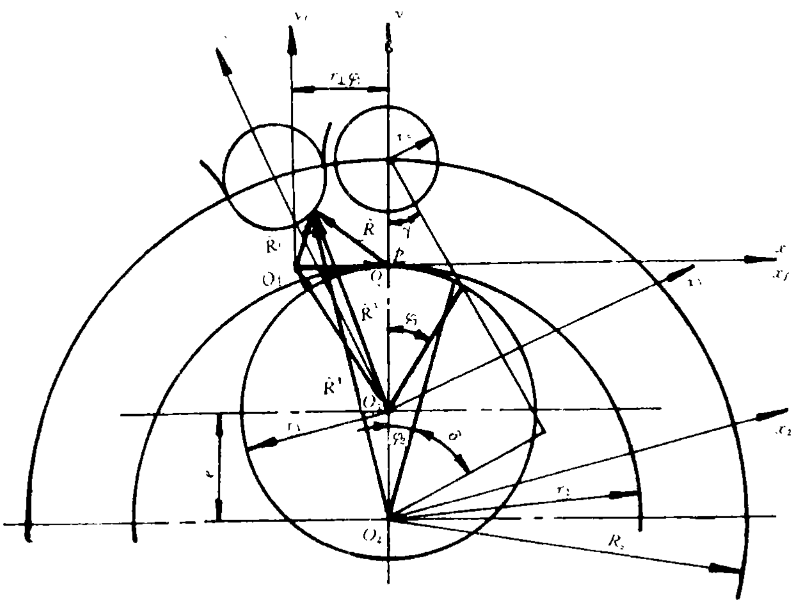

图2 摆线轮及滚刀齿形求解

摆线齿轮齿形的表达式可用向量矩阵法求出(图2)：$\vec{R}^1 = \overline{M}^{\varphi_2-\varphi_1}$、$\vec{R}^1 = \overrightarrow{O_2O_1}$，即

$$\vec{R}^1 = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\varphi_2-\varphi_1) & -\sin(\varphi_2-\varphi_1) & 0 \\ \sin(\varphi_2-\varphi_1) & \cos(\varphi_2-\varphi_1) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_z\sin\gamma \\ R_z r_z\cos\gamma \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} e\sin\varphi_1 \\ e\cos\varphi_1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} r_z\sin\gamma\cos(\varphi_2-\varphi_1) - (R_z - r_z\cos\gamma)\sin(\varphi_2-\varphi_1) - e\sin\varphi_1 \\ r_z\sin\gamma\sin(\varphi_2-\varphi_1) + (R_z - r_z\cos\gamma)\cos(\varphi_2-\varphi_1) - e\cos\varphi_1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

又因为 $\varphi_2=\frac{r_1}{r_2}\varphi_1$，得 $\varphi_2-\varphi_1=\frac{r_1-r_2}{r_2}\varphi_1=-\frac{e}{r_2}\varphi_1$，代入上式，得

$$\begin{aligned} x_1 &= R_z\sin\frac{e}{r_2}\varphi_1 - e\sin\varphi_1 + r_z\sin(\gamma - \frac{e\varphi_1}{r_2}) \\ y_1 &= R_z\cos\frac{e}{r_2}\varphi_1 - e\cos\varphi_1 - r_z\cos(\gamma - \frac{e\varphi_1}{r_2}) \end{aligned} \quad (2)$$

又由 $\mathrm{tg}\gamma=\dfrac{r_2\sin\varphi_2}{R_z-r_2\cos\varphi_2}=\dfrac{r_2\sin\dfrac{r_1}{r_2}\varphi_1}{R_z-r_2\cos\dfrac{r_1}{r_2}\varphi_1}$ 得 $\mathrm{tg}(\gamma-\dfrac{e\varphi_1}{r_2})=\dfrac{-R_z\sin\dfrac{e\varphi_1}{r_2}+r_2\sin\varphi_1}{R_z\cos\dfrac{e\varphi_1}{r_2}-r_2\cos\varphi_1}$

从上式中又可以求得

$$\sin(\gamma-\frac{e\varphi_1}{r_2})=\frac{r_2\sin\varphi_1-R_z\sin\dfrac{e\varphi_1}{r_2}}{\sqrt{R_z^2+r_z^2-2R_zr_z\cos(\varphi_1-\dfrac{e\varphi_1}{r_2})}}$$

$$\cos(\gamma-\frac{e\varphi_1}{r_2})=\frac{R_z\cos\dfrac{e\varphi_1}{r_2}-r_2\cos\varphi_1}{\sqrt{R_z^2+r_z^2-2R_zr_z\cos(\varphi_1-\dfrac{e\varphi_1}{r_2})}}$$

将上式代入公式(2)，得摆线轮的齿形方程为：

$$\begin{aligned}x_1&=R_z\sin\frac{e}{2}\varphi_1-e\sin\varphi_1+r_z\frac{r_2\sin\varphi_1-R_z\sin\dfrac{e\varphi_1}{r_2}}{\sqrt{R_z^2+r_z^2-2R_zr_z\cos\dfrac{(r_2-e)}{r_2}\varphi_1}}\\y_1&=R_z\cos\frac{e}{r_2}\varphi_1-e\cos\varphi_1-r_z\frac{R_z\cos\dfrac{e\varphi_1}{r_2}-r_2\cos\varphi_1}{\sqrt{R_z^2+r_z^2-2R_zr_z\cos\dfrac{(r_2-e)}{r_2}\varphi_1}}\end{aligned}\tag{3}$$

从式(3)中可以看出，x_1,y_1 都是转角 φ_1 的函数，对应一个 φ_1 值，可求出对应的 x_1,y_1 的值。

2　求加工摆线齿轮的滚刀齿形

摆线齿轮有较高的精度要求，为了减少理论造型误差，摆线轮滚刀的齿形最好按空间齿形法线计算。但由于工艺上的原因，目前加工摆线齿轮的滚刀都是按平面啮合原理设计的，即把与摆线轮相啮合的齿条齿形当作滚刀的法向齿形。以 O_f 为原点，建立如图 2 所示的刀具坐标系(O_f-x_f,y_f,z_f)，滚刀齿形的方程式可写为

$$\vec{R}_f=M_z^{-\varphi_1}\vec{R}^1-\overrightarrow{O_1O_f}$$

即

$$\begin{pmatrix}x_f\\y_f\\z_f\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos\varphi_1&-\sin\varphi_1&0\\\sin\varphi_1&\cos\varphi_1&0\\0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1\\y_1\\0\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}-r_1\varphi_1\\r_1\\0\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}x_1\cos\varphi_1-y_1\sin\varphi_1+r_1\varphi_1\\x_1\sin\varphi_1+y_1\cos\varphi_1-r_1\\0\end{pmatrix}$$

则有

$$\begin{aligned}x_f&=x_1\cos\varphi_1-y_1\sin\varphi_1+r_1\varphi_1\\y_f&=x_1\sin\varphi_1+y_1\cos\varphi_1-r_1\end{aligned}\tag{4}$$

x_f，y_f 也是 φ_1 的函数，可用计算机求出对应值。

3　分析滚刀与齿轮啮合时的界限点

3.1　摆线轮与滚刀的啮合界限点

摆线轮与滚刀的啮合界限点可由啮合线方程求得，将 M 点的坐标写到固定坐标系中(见图 2)，得啮合线方程

$$\vec{R} = M_z^0 \vec{R}_f - \overrightarrow{O_f O}$$

即

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_f \\ y_f \\ z_f \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} r\varphi_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1\cos\varphi_1 - y_1\sin\varphi_1 \\ x_1\sin\varphi_1 + y_1\sin\varphi_1 - r_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

即

$$\begin{aligned} x &= x_1\cos\varphi_1 - y_1\sin\varphi_1 \\ y &= x_1\sin\varphi_1 + y_2\cos\varphi_1 - r_1 \end{aligned} \tag{5}$$

令 $y=0$，求出 φ_1，将 φ_1 代入 x，求出 $x\neq0$ 的值，即可求得啮合线上某一点。将该点分别写到摆线轮和刀具的坐标系中，即可求得摆线轮和滚刀上的啮合界限点。

3.2　摆线轮齿形滚切时的根切界限点

将摆线轮齿形方程(3)对 φ_1 求导，可求得摆线齿形上啮合点的曲率方程

$$k_1 = \frac{x'_1 y''_1 - x''_1 y'_1}{(x_1'^2 + y_1'^2)^{3/2}}$$

令 $1/k=0$，可求得对应于齿轮上根切界限点的 φ_1，将此 φ_1 代入摆线轮齿形方程(3)，即可得到摆线轮上根切界限点，这点也是刀具齿形上的根切界限点，该点可在刀具齿形上求出。

把刀具齿形方程(4)对 φ_1 求导，可求得刀具齿形上啮合点的曲率方程

$$k_f = \frac{x'_f y''_f - x''_f y'_f}{(x_f'^2 + y_f'^2)^{3/2}}$$

令 $1/k_f=0$，可求出对应刀具上根切界限点的值，将此值代入刀具齿形方程，即可求出刀具齿形上对应齿轮顶切时的界限点，所设计的工件实际齿面不得超过这造型界限点，否则加工时将发生齿轮的"顶切"。

综上所述，用齿轮啮合原理中的向量矩阵法求解摆线轮齿形及滚刀齿形方便直观，且可用计算机编程求解。在设计刀具齿形时，刀具齿形只能取对应于齿轮根切和顶切界限点之间的这一段，超过这一段在加工时将发生根切和顶切，这是不允许的。

参考文献

1　[苏联]Φ·Π·李特文著. 齿轮啮合原理. 上海科技出版社. 1984，12

2　崔振钢编著. 行星传动机构设计. 国防工业出版社. 1980，12

3　四川机械工业局编. 齿轮刀具设计理论基础. 机械工业出版社. 1982

4　李儒苟编著. 刀具设计原理与计算. 江苏科学技术出版社. 1987