

材料力学一题多解分析讨论*

吴亚新

(盐城工专基础科学部, 盐城, 224003)

经常开展一题多解分析讨论, 可以增强学习的科学性和趣味性。对于学生复习巩固所学的知识、开发智力、拓宽解题思路、活跃课堂气氛很有益处。下面是对习题进行具体讨论的一例。

如图1(a)所示, 5根钢杆组成的杆系结构, 各杆抗拉(压)刚度均为 EA , 设沿对角线 AC 方向作一对力 P , 试求 A 、 C 两点的相对位移 Δ_{AC} 。

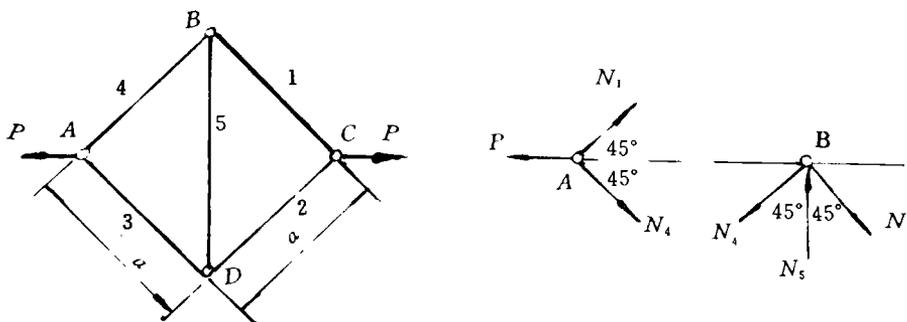


图1 例题解法I用图

解法 I : 应用能量法。

(1) 计算各杆内力 $N_1 = N_2 = N_3 = N_4 = P / \sqrt{2}, N_5 = -P$

(2) 计算结构的变形能 $U = 4 \frac{N_1^2 a}{2EA} + \frac{N_5^2 \sqrt{2} a}{2EA} = \frac{P^2 a}{EA} (1 + \frac{\sqrt{2}}{2})$

(3) 计算 A 、 C 两点的相对位移 Δ_{AC}

外力 P 所作的功 $W = \frac{1}{2} P \Delta_{AC}$, 由功能原理 $U = W$ 得到

$$\frac{P^2 a}{EA} (1 + \frac{\sqrt{2}}{2}) = \frac{1}{2} P \Delta_{AC} \quad \Delta_{AC} = \frac{Pa}{EA} (2 + \sqrt{2})$$

解法 II : 应用几何解析法。

(1) 计算各杆内力(同上)

(2) 计算各杆的变形

$$\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta_3 = \Delta_4 = \frac{N_1 l_1}{EA} = \frac{\sqrt{2} Pa}{2EA}, \Delta_5 = \frac{N_5 l_5}{EA} = -\frac{P \sqrt{2} a}{EA}$$

(3) 计算 A 、 C 两点的相对位移 Δ_{AC}

由于结构和载荷都对称, 故节点 B 、 D 只产生 y 方向的位移, 结点 A 、 C 只产生沿 x 方向的

* 收稿日期: 1995-10-30

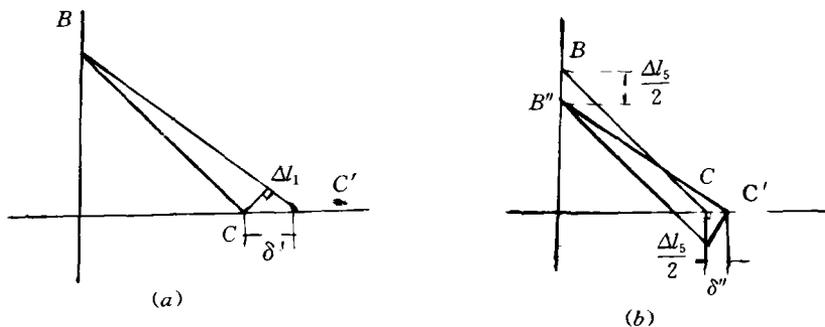


图 2 例题解法 I 用图

位移,而且位移也对称,现在取结构的四分之一 ABO 来讨论 C 点的位移。

如果同时考虑杆 1、杆 5 的变形,将会使变形的几何条件复杂化,故现在采用迭加法。

① 设杆 5 为刚性杆。杆 1 伸长,作出 A 点位移图如图 2(a), $\delta' = \Delta l_1 / \cos 45^\circ = Pa / EA$ 。

② 设杆 1 为刚性杆、杆 5 缩短, AB 平行于 A₁B', $\delta'' = \Delta l_5 / 2 = \sqrt{2} Pa / 2EA$ 。

③ 迭加得 C 点位移 δ , $\delta = \delta' + \delta'' = \frac{Pa}{EA} + \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{Pa}{EA} = \frac{Pa}{EA} (1 + \frac{\sqrt{2}}{2})$, 故 $\Delta_{AC} = 2\delta = \frac{Pa}{EA} (2 + \sqrt{2})$

解法 II: 应用微分概念进行计算

如图 3 所示,取坐标系 xOy,设结构中 OC=x,OB=y,BC=z,如图有 $z^2 = x^2 + y^2$,求全微分:

$$dz = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx + \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} dy$$

在小变形情况下,可将微分增量看作结构相应部分的变形量,式中

$$dy = \frac{\Delta l_5}{2} = \frac{-Pa}{\sqrt{2} EA}, \quad dz = \Delta l_1 = \frac{Pa}{\sqrt{2} EA},$$

$$dx = \frac{1}{2} \Delta_{AC} \quad x = y = a / \sqrt{2}, z = a$$

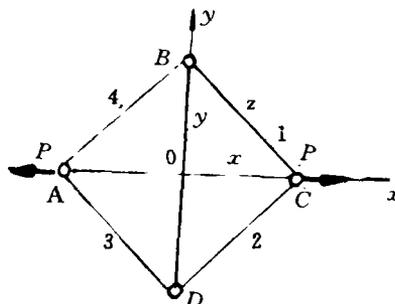


图 3 例题解法 II 用图

代回上式,整理得 $\Delta_{AC} = (2 + \sqrt{2}) Pa / EA$

可见在这 3 种方法中能量法最为简便,在求位移时使用广泛;几何法直观,但在几何关系较复杂时,容易出差错;微分法是一种新颖的方法,它将微分增量与结构的变形量巧妙地联系起来,这对于拓宽同学们的解题思路很有帮助。但使用范围局限性大,在结构与荷载都对称时,使用还算方便。使用时要注意坐标的选取以及正负符号的正确使用。

实践证明,材料力学一题多解,对培养学生的分析问题、解决问题的能力,具有很大的促进作用,我们在教学中应予以重视。

参考文献

刘鸿文主编. 材料力学. 北京,高等教育出版社,1986