

关于解析层偶相对上同调的几个性质

朱庆国 祁正涛

(盐城工学院基础科学部, 盐城, 224003)

摘要 讨论了关于解析层偶相对上同调的几个性质以及关于 Čech 双复形的诸序列问题。

关键词 解析层 上同调 相对 Meyer-Vietoris 序列 Čech 双变形 谱序列

分类号 O154

设 X 是一个复流形, φ 是 X 上的解析层 (即 X 上全纯函数芽层 $\mathcal{O}$ 的模层, 对解析层 φ 可构造出它的标准散射 (松软) 分解:

$$0 \rightarrow \varphi \xrightarrow{\epsilon} m(\varphi)$$

其中 $m(\varphi): \varphi_0 \rightarrow \varphi_1 \rightarrow \varphi_2 \rightarrow \cdots$ 为一正合列, 且 $\varphi_i (i=0, 1, 2, \cdots)$ 都是 X 上的散射 (松软) 层。

设 $f: \varphi \rightarrow \varphi'$ 是一个解析层射, 则: $m(\varphi) \rightarrow m(\varphi')$ 就是标准散射 (松软) 分解之间的一个层同态。由 $W_i(f): \varphi_i \rightarrow \varphi'_i$ 所定义, 进而这些映射可诱导出模同态: $(W_i f)_*: \Gamma(X, \varphi_i) \rightarrow \Gamma(X, \varphi'_i)$ 。

$$\forall S \in \Gamma(X, \varphi_i), (W_i f)_* = (W_i f) \circ S$$

其中截面集合 $\Gamma(X, \varphi_i)$ 是 C 代数 $\Gamma(X, \mathcal{O})$ 模。

可得模复形的下列交换图

$$\begin{array}{ccccccc} \longrightarrow & \Gamma(X, \varphi_{i-1}) & \xrightarrow{d_{i-1}} & \Gamma(X, \varphi_i) & \xrightarrow{d_i} & \Gamma(X, \varphi_{i+1}) & \longrightarrow \\ & \downarrow (W_{i-1} f)_* & & \downarrow (W_i f)_* & & \downarrow (W_{i+1} f)_* & \\ \longrightarrow & \Gamma(X, \varphi'_{i-1}) & \xrightarrow{d'_{i-1}} & \Gamma(X, \varphi'_i) & \xrightarrow{d'_i} & \Gamma(X, \varphi'_{i+1}) & \longrightarrow \end{array} \quad (1)$$

由此可推出:

$$(W_i f)_*: Z^i(X, \varphi) \rightarrow Z^i(X, \varphi')$$

$$(W_i f)_*: B^i(X, \varphi) \rightarrow B^i(X, \varphi')$$

其中 $Z^i(X, \varphi) = \text{Ker}(d_i), B^i(X, \varphi) = \text{Im}(d_{i-1})$

这使得 $(W_i f)_*$ 能自然诱导出上同调模之间的同态, $(W_i f)_*: H^i(X, \varphi) \rightarrow H^i(X, \varphi')$ 。

(以上结果参见文献[1], 本文中下面未加说明的概念也都参见[1])。

今设 $\varphi^* \subset \varphi$, 即 φ^* 是 φ 的解析子层, 则截面集合 $\Gamma(X, \varphi^*) \subset \Gamma(X, \varphi)$ 就是 C 代数 $\Gamma(X, \mathcal{O})$ 子模。

令 $A^i(\varphi, \varphi^*) = \Gamma(X, \varphi) / \Gamma(X, \varphi^*)$ 为商模, 则:

由模复形

$$\begin{array}{ccccccc}
& \longrightarrow & \Gamma(X, \varphi_{i-1}) & \xrightarrow{d_{i-1}} & \Gamma(X, \varphi_i) & \xrightarrow{d_i} & \Gamma(X, \varphi_{i+1}) \longrightarrow \\
& \longrightarrow & \Gamma(X, \varphi_{i-1}^*) & \xrightarrow{d_{i-1}} & \Gamma(X, \varphi_i^*) & \xrightarrow{d_i} & \Gamma(X, \varphi_{i+1}^*) \longrightarrow \\
\text{能自然诱导出商模间的一个同态 } \hat{d}_i: A^i(\varphi, \varphi^*) \rightarrow A^{i+1}(\varphi, \varphi^*) \text{ 而使下图可交换} \\
& \longrightarrow & \Gamma(X, \varphi_{i-1}) & \xrightarrow{d_{i-1}} & \Gamma(X, \varphi_i) & \xrightarrow{d_i} & \Gamma(X, \varphi_{i+1}) \longrightarrow \\
& & \downarrow \pi & & \downarrow \pi & & \downarrow \pi \\
& \longrightarrow & A^{i-1}(\varphi, \varphi^*) & \xrightarrow{\hat{d}_{i-1}} & A^i(\varphi, \varphi^*) & \xrightarrow{\hat{d}_i} & A^{i+1}(\varphi, \varphi^*) \longrightarrow
\end{array} \quad (2)$$

其中 π 表示自然投影。

且由 $dd=0$, 可得 $\hat{d}\hat{d}=0$, 于是 $\text{Im}\hat{d}_{i-1} \subseteq \text{Ker}\hat{d}_i$ 。

令 $Z^i(\varphi, \varphi^*) = \text{Ker}\hat{d}_i$, $B^i(\varphi, \varphi^*) = \text{Im}\hat{d}_{i-1}$, 则称商模 $H^i(\varphi, \varphi^*) = Z^i(\varphi, \varphi^*)/B^i(\varphi, \varphi^*)$ 为解析层偶 (φ, φ^*) 的第 i 个相对上同调模。

设有层偶间的解析层射 $f: (\varphi, \varphi^*) \rightarrow (\varphi', \varphi'^*)$, 即 $f: \varphi \rightarrow \varphi'$ 是解析层射, 且 $f(\varphi^*) \subseteq \varphi'^*$, 则易知下列交换图显然成立

$$\begin{array}{ccc}
\Gamma(X, \varphi_i) & \xrightarrow{(W_i f)_*} & \Gamma(X, \varphi'_i) \\
\downarrow \pi & & \downarrow \pi \\
A^i(\varphi, \varphi^*) & \xrightarrow{(\overline{W_i f})_*} & A^i(\varphi', \varphi'^*)
\end{array} \quad (3)$$

其中 $(\overline{W_i f})_*$ 为 $(W_i f)_*$ 所诱导。

定理一 解析层射 $f: (\varphi, \varphi^*) \rightarrow (\varphi', \varphi'^*)$, 诱导出层偶 (φ, φ^*) 的第 i 个相对上同调模同态

$$(\overline{W_i f})_*: H^i(\varphi, \varphi^*) \rightarrow H^i(\varphi', \varphi'^*) \quad (i = 0, 1, 2, \dots)$$

由文献[1]第六章定理 4.2 和本文定理一可得如下推论。

推论 函子 $(H^i: (\varphi, \varphi^*) \mapsto H^i(\varphi, \varphi^*), fm \mapsto (\overline{W_i f})_*)$ 是一共变函子, 即

$$\begin{aligned}
1^\circ & \quad \overline{(W_i \text{id}_{(\varphi, \varphi^*)})_*} = \text{id}_{H^i(\varphi, \varphi^*)} \\
2^\circ & \quad \overline{(W_i(f_1 \circ f_2))_*} = ((\overline{W_i f_1})_* \circ (\overline{W_i f_2})_*)
\end{aligned}$$

设 $\varphi^* \subseteq \varphi$ 为层 φ 的解析子层, $\varphi: \varphi^* \rightarrow \varphi$ 为标准内射, 则有下列正合列的交换图表

$$\begin{array}{ccccccc}
& & 0 & & 0 & & 0 \\
& & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\
\longrightarrow & \Gamma(X, \varphi_{i-1}^*) & \xrightarrow{d_{i-1}} & \Gamma(X, \varphi_i^*) & \xrightarrow{d_i} & \Gamma(X, \varphi_{i+1}^*) & \xrightarrow{d_{i+1}} \\
& \downarrow (W_{i-1}\varphi)_* & & \downarrow (W_i\varphi)_* & & \downarrow (W_{i+1}\varphi)_* & \\
\longrightarrow & \Gamma(X, \varphi_{i-1}) & \xrightarrow{d_{i-1}} & \Gamma(X, \varphi_i) & \xrightarrow{d_i} & \Gamma(X, \varphi_{i+1}) & \xrightarrow{d_{i+1}} \\
& \downarrow \pi & & \downarrow \pi & & \downarrow \pi & \\
\longrightarrow & A^{i-1}(\varphi, \varphi^*) & \xrightarrow{\hat{d}_{i-1}} & A^i(\varphi, \varphi^*) & \xrightarrow{\hat{d}_i} & A^{i+1}(\varphi, \varphi^*) & \xrightarrow{\hat{d}_{i+1}} \\
& \downarrow 0 & & \downarrow 0 & & \downarrow 0 & \\
& 0 & & 0 & & 0 &
\end{array} \quad (4)$$

其中每一列正合。如设 $\xi \in Z^i(\varphi, \varphi^*)$, 则存在 $\eta_0 \in \Gamma(X, \varphi_i)$, 有 $\xi = \pi\eta_0$, 于是 $0 = \hat{d}_i\xi = \hat{d}_i\pi\eta_0 = \pi d_i\eta_0$, 从而 $d_i\eta_0 \in \text{Ker}\pi = \text{Im}(W_{i+1}\Phi)_*$, 那么存在 $\eta \in \Gamma(X, \varphi_{i+1}^*)$, 有 $(W_{i+1}\Phi)_*\eta = d_i\eta_0$, $0 = d_{i+1}\eta$

$d_i \eta_0 = d_{i+1}(W_{i+1}\Phi), \eta = (W_{i+2}\Phi), d_{i+1}\eta$, 注意到 $(W_{i+1}\Phi)$ 单, 故得 $d_{i+1}\eta = 0$, 即 $\eta \in \text{Ker } d_{i+1} = Z^{i+1}(X, \varphi^*)$. 并且可证 η 除相差一个元素 $\eta' \in B^{i+1}(X, \varphi^*)$ 外, 它被 ξ 所唯一确定.

现定义: $\bar{d}_i^*: H^i(\varphi, \varphi^*) \longrightarrow H^{i+1}(X, \varphi^*)$

$$\bar{d}_i^*([\xi]) = [\eta]$$

其中 $[\xi]$ 与 $[\eta]$ 分别是 $\xi \in Z^i(\varphi, \varphi^*)$ 和 $\eta \in Z^{i+1}(X, \varphi^*)$ 的上同调类.

定理二 下列长上同调序列正合

$$\begin{aligned} 0 \rightarrow \Gamma(X, \varphi_0^*) \rightarrow \Gamma(X, \varphi_0) \rightarrow A^*(\varphi, \varphi^*) \xrightarrow{\bar{d}_0^*} H^1(X, \varphi^*) \rightarrow \cdots \rightarrow H^{i-1}(\varphi, \varphi^*) \xrightarrow{\bar{d}_{i-1}^*} \\ H^i(X, \varphi^*) \xrightarrow{\overline{(W_i\Phi)^*}} H^i(X, \varphi) \xrightarrow{\bar{\pi}_i^*} H^i(\varphi, \varphi^*) \xrightarrow{\bar{d}_i^*} H^{i+1}(X, \varphi^*) \rightarrow \cdots \end{aligned} \quad (5)$$

由定理二可得下列一些有趣的推论.

推论 I 若对 $i \geq 0, H^i(X, \varphi) = 0$, 则对 $i \geq 0$ 有

$$H^i(\varphi, \varphi^*) \simeq H^{i+1}(X, \varphi^*)$$

据文献[1]第六章定理 5.2, 定理 5.5, 定理 5.6 和第七章定理 5.2 以及推论 I 可得下列推论.

推论 II, 设 X 是一个 Stein 流形, φ 是 X 上的一个凝聚解析层, $\varphi^* \subset \varphi$ 是 φ 的解析子层, 则对 $i \geq 1$ 有:

$$H^i(\varphi, \varphi^*) \simeq H^{i+1}(X, \varphi^*)$$

推论 III, 设 X 是一个复流形, φ 是 X 上一个凝聚解析层, $\varphi^* \subset \varphi$ 是 φ 的解析子层, μ 是 X 上的一个 Stien 复盖, 则对 $i \geq 1$ 有: $H^i(\varphi, \varphi^*) \simeq H^{i+1}(\mu, \varphi^*)$.

推论 IV, 条件如同推论 III, 又设 $\mathcal{B}$ 是 μ 的一个加细开复盖, 则对 $i \geq 1$ 有: $H^i(\varphi, \varphi^*) \simeq H^{i+1}(\mathcal{B}, \varphi^*)$.

推论 V, 设 X 是一个复流形, φ 是 X 上的一个强层, $\varphi^* \subset \varphi$ 是 φ 的强子层, 则对 $i \geq 1$ 有:

$$H^i(\varphi, \varphi^*) \simeq H^{i+1}(X, \varphi^*)$$

再由参考文献[1]的第六章定理 5.10 及推论 I, II 我们还可得到下面推论:

推论 VI, 设 X 是一个 Stien 流形, φ 是 X 上的一个凝聚解析层, 且 $H^2(X, \varphi^*) = 0$, 则 X 上每个 Cousin II 问题为可解.

为证明定理三, 我们引进两个引理.

引理一 设 $f: (\varphi, \varphi^*) \rightarrow (\varphi', \varphi'^*)$ 是解析层偶间的解析层射, 则下图可交换

$$\begin{array}{ccc} H^i(\varphi, \varphi^*) & \xrightarrow{\bar{d}_i^*} & H^{i+1}(X, \varphi^*) \\ \downarrow \overline{(W_i f)^*} & & \downarrow \overline{(W_{i+1} f)^*} \\ H^i(\varphi', \varphi'^*) & \xrightarrow{\bar{d}_i'^*} & H^{i+1}(X, \varphi'^*) \end{array} \quad (6)$$

引理二(切除) 设 $\varphi^{**} \subset \varphi^* \subset \varphi$ 为解析子层 φ 的子层列, 则 $H^i(\varphi - \varphi^{**}, \varphi^* - \varphi^{**}) \simeq H^i(\varphi, \varphi^*)$.

定理三 设 φ^*, φ^{**} 分别是 φ 的解析子层, 则有下列正合相对 Mayer-Vietoris 序列:

$$\begin{aligned} \cdots \rightarrow H^i(\varphi, \varphi^* \cap \varphi^{**}) \rightarrow H^i(\varphi, \varphi^*) \oplus H^i(\varphi, \varphi^{**}) \rightarrow \\ \rightarrow H^i(\varphi, \varphi^* \cup \varphi^{**}) \rightarrow H^{i+1}(\varphi, \varphi^* \cap \varphi^{**}) \rightarrow \cdots \end{aligned} \quad (7)$$

证:易知 $A^i(\varphi, \varphi^* \cup \varphi^{**}) \simeq A^i(\varphi, \varphi^{**})/A^i(\varphi^* \cup \varphi^{**}, \varphi^{**})$, 因此有正合列

$$0 \rightarrow A^i(\varphi^* \cup \varphi^{**}, \varphi^{**}) \rightarrow A^i(\varphi^*, \varphi^{**}) \rightarrow A^i(\varphi, \varphi^* \cup \varphi^{**})$$

根据定理一与定理二, 可得下列正合相对上同调序列:

$$\begin{aligned} \cdots \rightarrow H^i(\varphi^* \cup \varphi^{**}, \varphi^{**}) &\rightarrow H^i(\varphi, \varphi^{**}) \rightarrow H^i(\varphi, \varphi^* \cup \varphi^{**}) \rightarrow \\ &\rightarrow H^{i+1}(\varphi^* \cup \varphi^{**}, \varphi^{**}) \rightarrow \cdots \end{aligned}$$

同理也可得下列正合相对上同调序列

$$\begin{aligned} \cdots \rightarrow H^i(\varphi^*, \varphi^* \cap \varphi^{**}) &\rightarrow H^i(\varphi, \varphi^* \cap \varphi^{**}) \rightarrow \\ &H^i(\varphi, \varphi^*) \rightarrow H^{i+1}(\varphi^*, \varphi^* \cap \varphi^{**}) \rightarrow \cdots \end{aligned}$$

考虑下面图表

$$\begin{array}{ccccccc} \rightarrow H^i(\varphi^*, \varphi^* \cap \varphi^{**}) & \xrightarrow{\overline{(W_i f)}_*} & H^i(\varphi, \varphi^* \cap \varphi^{**}) & \xrightarrow{\overline{(W_i g)}_*} & H^i(\varphi, \varphi^*) & \xrightarrow{\overline{(W_i h)}_*} & H^{i+1}(\varphi^*, \varphi^* \cap \varphi^{**}) \\ \downarrow \overline{(W_i \alpha)}_* & & \downarrow \overline{(W_i \beta)}_* & & \downarrow \overline{(W_i r)}_* & & \downarrow \overline{(W_{i+1} \alpha)}_* \\ \rightarrow H^i(\varphi^* \cup \varphi^{**}, \varphi^{**}) & \xrightarrow{\overline{(W_i f')}_*} & H^i(\varphi, \varphi^{**}) & \xrightarrow{\overline{(W_i g')}_*} & H^i(\varphi, \varphi^* \cup \varphi^{**}) & \xrightarrow{\overline{(W_i h')}_*} & H^{i+1}(\varphi^* \cup \varphi^{**}, \varphi^{**}) \end{array} \quad (8)$$

其中 $\overline{(W_i f)}_*$ 表示由解析层偶的映射 $f: (\varphi^*, \varphi^* \cap \varphi^{**}) \rightarrow (\varphi, \varphi^* \cap \varphi^{**})$ 所诱导的相对上同调模的同态, 如此等等。现证图(8)中间矩形可交换。

事实上, $\forall \sigma_{\varphi^* \cap \varphi^{**}} \in \varphi^* \cap \varphi^{**}$,

$$\begin{aligned} (\gamma o g)|_{\varphi^* \cap \varphi^{**}}: \sigma_{\varphi^* \cap \varphi^{**}} &\rightarrow \sigma_{\varphi^* \cap \varphi^{**}} + O_{\varphi^* - \varphi^* \cap \varphi^{**}} + O_{\varphi^* \cup \varphi^{**} - \varphi^*} \\ &= \sigma_{\varphi^* \cap \varphi^{**}} + O_{\varphi^* \cup \varphi^{**} - (\varphi^* \cap \varphi^{**})} \\ (g' o \beta)|_{\varphi^* \cap \varphi^{**}}: \sigma_{\varphi^* \cap \varphi^{**}} &\rightarrow \sigma_{\varphi^* \cap \varphi^{**}} + O_{\varphi^{**} - \varphi^* \cap \varphi^{**}} + O_{\varphi^* \cup \varphi^{**} - \varphi^{**}} \\ &= \sigma_{\varphi^* \cap \varphi^{**}} + O_{\varphi^* \cup \varphi^{**} - (\varphi^* \cap \varphi^{**})} \end{aligned}$$

从而

$$(\gamma o g)|_{\varphi^* \cap \varphi^{**}} = (g' o \beta)|_{\varphi^* \cap \varphi^{**}}$$

由定理一的推论可得:

$$\overline{(W_i \gamma)}_* \cdot \overline{(W_i g)}_* = \overline{(W_i (\gamma o g))}_* = \overline{(W_i (g' o \beta))}_* = \overline{(W_i g')}_* \cdot \overline{(W_i \beta)}_*$$

即中间矩形可交换。类似地也可证图(8)左边矩形可交换。

为证图(8)右边矩形可交换, 可把它改为:

$$\begin{array}{ccccc} H^i(\varphi, \varphi^*) & \xrightarrow{\overline{d_i^*}} & H^{i+1}(X, \varphi^*) & \xrightarrow{\overline{\pi^*}} & H^{i+1}(\varphi^*, \varphi^* \cap \varphi^{**}) \\ \downarrow \overline{(W_i r)}_* & & \downarrow \overline{(W_{i+1} r)}_* & & \downarrow \overline{(W_{i+1} \alpha)}_* \end{array} \quad (9)$$

$$H^i(\varphi, \varphi^* \cup \varphi^{**}) \xrightarrow{\overline{d_i^*}} H^{i+1}(X, \varphi^* \cup \varphi^{**}) \xrightarrow{\overline{\pi^*}} H^{i+1}(\varphi^* \cup \varphi^{**}, \varphi^{**})$$

现只须证图(9)可交换即可。由引理一之证, 该图左边矩形可交换。由引理二知: $H^{i+1}(\varphi^*, \varphi^* \cap \varphi^{**}) \simeq H^{i+1}(\varphi^* \cup \varphi^{**}, \varphi^{**})$, 且易于核, $\pi'(W_{i+1} r) = \pi$, 故 $\overline{\pi^*} \cdot \overline{(W_{i+1} \gamma)}_* = \overline{\pi}_*$ 。即该图右边矩形可交换。由此可得图(8)右边矩形可交换。

综上所述, 我们得图(8)中两行均正合且所有矩形可交换。再则 $\overline{(W_{i+1} \alpha)}_*$ 是一同构, 从而据 Baratt-whitehead 定理得图(8)中的正合列为成立。定理三证毕。

最后我们讨论关于 Čech 双复形的谱序列问题。仍设 X 是一个复流形, φ 是 X 上的解析

层,又设 μ 是 $\mathcal{X}$ 的一个开复盖, $m(\varphi): \varphi_0 \rightarrow \varphi_1 \rightarrow \varphi_2 \rightarrow \cdots$ 是 φ 的标准散射(松软)分解. 则由文献[1]第六章第3节,可得下列 Čech 双复形:

$$\begin{array}{ccccc}
 C^0(\mu, \varphi_0) & \xrightarrow{d''} & C^0(\mu, \varphi_1) & \xrightarrow{d''} & C^0(\mu, \varphi_2) & \xrightarrow{d''} \\
 \downarrow d' & & \downarrow d' & & \downarrow d' & \\
 C^1(\mu, \varphi_0) & \xrightarrow{d''} & C^1(\mu, \varphi_1) & \xrightarrow{d''} & C^1(\mu, \varphi_2) & \xrightarrow{d''} \\
 \downarrow d' & & \downarrow d' & & \downarrow d' & \\
 C^2(\mu, \varphi_0) & \xrightarrow{d''} & C^2(\mu, \varphi_1) & \xrightarrow{d''} & C^2(\mu, \varphi_2) & \xrightarrow{d''} \\
 \downarrow d' & & \downarrow d' & & \downarrow d' &
 \end{array} \quad (10)$$

定义:

$$Z^i(\mu, \varphi_j) = \{\xi \in C^i(\mu, \varphi_j), d'\xi = 0, d''\xi = 0\}$$

$$B^i(\mu, \varphi_j) = d'd''C^{i-1}(\mu, \varphi_{j-1}), i, j \geq 1$$

$$H(C^i(\mu, \varphi_j)) = H^i(\mu, \varphi_j) = Z^i(\mu, \varphi_j)/B^i(\mu, \varphi_j)$$

首先易得下列命题成立:

$$\text{命题: 对 } n \in N, H(\bigoplus_{i+j=n} C^i(\mu, \varphi_j)) = \bigoplus_{i+j=n} H(C^i(\mu, \varphi_j)) = \bigoplus_{i+j=n} H^i(\mu, \varphi_j) \quad |$$

$$\text{今对 } r \in N, \text{ 令 } T_r = \bigoplus_{i+j=r} C^i(\mu, \varphi_j), F^p T_r = \bigoplus_{0 \leq i \leq p} C^i(\mu, \varphi_{r-i}) (p \leq r),$$

$$\text{则有: } F^p T_r \subseteq F^{p+1} T_r \subseteq T_r \quad (11)$$

即 F 是 T_r 的一个过滤.

又经简单计算可得如下的交换图.

$$\begin{array}{ccc}
 F^{p-1} T_r & \xrightarrow{d''} & F^p T_{r+1} \\
 \downarrow \eta & & \downarrow \eta \\
 F^p T_r & \xrightarrow{d''} & F^{p+1} T_{r+1} \\
 \downarrow \pi & & \downarrow \pi \\
 C^p(\mu, \varphi_{r-p}) & \xrightarrow{d'} & C^{p+1}(\mu, \varphi_{r-p})
 \end{array} \quad (12)$$

其中 η 表示嵌入映射, π 为自然满同态.

由短正合列:

$$F^{p-1} T_r \xrightarrow{\eta} F^p T_r \xrightarrow{\pi} C^p(\mu, \varphi_{r-p})$$

仿定理二的证明,可得下列正合长上同调序列:

$$\rightarrow \bigoplus_{0 \leq i \leq p-1} H^i(\mu, \varphi_{r-i}) \xrightarrow{\bar{\eta}^*} \bigoplus_{0 \leq i \leq p} H^i(\mu, \varphi_{r-i}) \xrightarrow{\bar{\pi}^*} H^p(\mu, \varphi_{r-p}) \xrightarrow{\bar{\theta}^*} \bigoplus_{0 \leq i \leq p} H^i(\mu, \varphi_{r+1-i}) \rightarrow \quad (13)$$

其中 $\bar{\theta}^*$ 为连接映射.

对上述正合列,按 Massey 作法(参见[3]),可得 Lerry 谱序列 $\{E^s, d^s\}_{s \geq 1}$, 其中

$$E^1_{p, r-p} = H^p(\mu, \varphi_{r-p}), d^1_{p, r-p}: H^p(\mu, \varphi_{r-p}) \rightarrow H^p(\mu, \varphi_{r-p+1})$$

为 $d''_{p, r-p}: C^p(\mu, \varphi_{r-p}) \rightarrow C^p(\mu, \varphi_{r-p+1})$ 所诱导的同调映射.

$$E^2_{p, r-p} = H(E^1_{p, r-p}) = \text{Ker} d^1_{p, r-p} / \text{Im} d^1_{p, r-p-1}$$

$$E_{p,r-p}^s = H(E_{p,r-p}^{s-1}) = \text{Kerd}_{p,r-p}^{\vee-1} / \text{Imd}_{p,r-p}^{\vee-1}$$

注意到过滤(11)是有限的,

$$0 = F^{-1}T_r \subseteq F^0T_r \subseteq \dots \subseteq F^pT_r \subseteq \dots \subseteq F^rT_r = T_r$$

故由[3]第五章 § 3 定理 4 得:

对任何 $0 \leq p \leq r \in N$, 存在 $-s$ 有:

$$(1) E_{p,r-p}^s = E_{p,r-p}^{s+1} = \dots$$

(2)

$$\begin{aligned} E_{p,r-p}^s &= F^p H(T_r) / F^{p-1} H(T_r) = \\ &= F^p H\left(\bigoplus_{i+j=r} C^i(\mu, \varphi_j)\right) / F^{p-1} H\left(\bigoplus_{i+j=r} C^i(\mu, \varphi_j)\right) = \\ &= F^p \bigoplus_{i+j=r} H^i(\mu, \varphi_j) / F^{p-1} \left(\bigoplus_{i+j=r} H^i(\mu, \varphi_j)\right) = \\ &= \bigoplus_{0 \leq i \leq p} H^i(\mu, \varphi_{r-j}) / \bigoplus_{0 \leq i \leq p-1} H^i(\mu, \varphi_{r-j}) = \\ &= H^p(\mu, \varphi_{r-p}) = E_{p,r-p}^1 \end{aligned}$$

于是得

定理四 关于 $\check{Cech}$ 双复形(10), 相应的 Lerry 谱序列是一常序列: $\{E_{r,p-r}^1\}$, 其中 $E_{r,p-r}^1 = H^p(\mu, \varphi_{r-p})$.

参考文献

- 1 H. Grauert, K. Fritzsche, Several Complex Variables Springer-Verlag 1976
- 2 M. J. Greenberg, J. R. Harpor, Algebraic Topology Benjamin-Cummings 1981
- 3 周伯垠. 同调代数. 科学出版社. 1988

(上接第 27 页)

五、运行结果

以 6 月份生产数据为例, 给出本系统水泥成本计算表和成本还原表运行结果。

费用	期初结存 200t		本期生产量 4500t		完工入库 4400t		期末结存 300t	
	单位成本	金 额	单位成本	金 额	单位成本	金 额	单位成本	金 额
石 膏	5.20	1,040.00	5.33	24,000.00	5.33	23,441.00	5.33	1,599.00
煤 渣	6.70	1,340.00	6.67	30,000.00	6.67	29,339.00	6.77	2,001.00
钢 球	0.15	30.00	0.11	485.00	0.11	482.00	0.11	33.00
熟 料	210.50	42,100	211.73	952,793.96	211.68	931,389.96	211.68	63,504
电	18.90	3,780.00	19.13	86,100.00	19.12	84,144.00	19.12	5,736.00
工 资	6.48	1,296.00	6.44	29,000.00	6.45	28,361.00	6.45	1,935.00
制造费用	3.76	752.00	3.86	17,400.00	3.86	16,994.00	3.86	1,158.00
合 计	251.69	50,338.00	253.28	1,138,778.96	253.22	1,114,150.96	253.22	75,966.00

水泥成本还原表

项目	石灰石	铁粉	粘土	耐火砖	石膏	煤渣	钢球	煤炭	电	工资	制造费用	合 计
金额	62.85	2.22	2.65	2.78	5.33	6.67	0.11	72.78	39.1	1.47	37.24	253.22

参考文献

- 1 吕新培. 新工业会计. 西南财经大学出版社. 1993
- 2 刘志涛. 计算会计学. 中国人民大学出版社. 1994