

迈克尔逊干涉仪干涉机理的解析法与图解法

崔益和

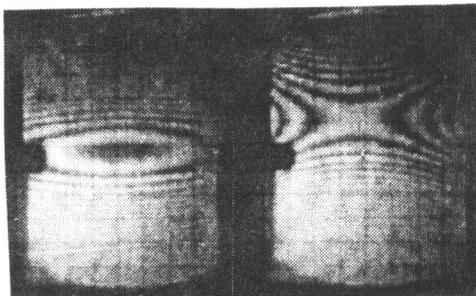
(盐城工学院基础科学部,盐城,224003)

摘要 针对大学物理及物理实验教材中的不足,从波动理论出发,对迈克尔逊干涉仪产生各种干涉条纹的干涉机理用解析法和图解法进行分析并作比较。

关键词 迈克尔逊干涉仪 干涉圆 直线 椭圆 双曲线 干涉条纹

分类号 O43

干涉法测量是物理实验中的基本测量方法,迈克尔逊干涉仪(简称迈氏干涉仪)干涉实验就是其中一个典型实验,主要内容为观察干涉条纹及其变化,以及据此测量一些物理量。几乎所有大学物理和实验教材都只介绍干涉圆条纹和直线干涉条纹,而对椭圆和双曲线干涉条纹则避而不谈,在实验教学中,笔者在一台迈氏干涉仪(WSM-100型,杭州光学仪器厂生产)上成功地调制出椭圆和双曲线干涉条纹(见照片1,2)。多年指导物理实验教学的实践使笔者感到现行物理实验教材中有关迈氏干涉仪产生干涉条纹的理论推导不很透彻,对学生理解实验帮助不大,而普物理论教材中恰恰又没有这部分内容。本文从波动理论出发,对迈氏干涉仪产生各种干涉条纹的干涉机理分别用解析法、图解法进行分析并作比较。



照片 1

照片 2

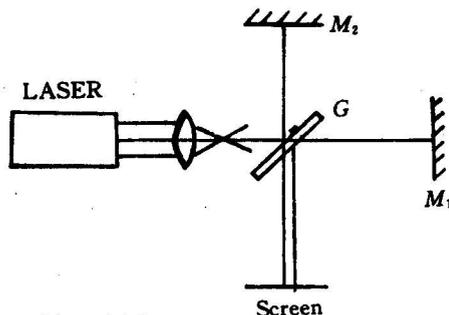


图 1 迈氏干涉仪光路图

解析法

图 1 是迈氏干涉仪的光路图,首先依次进行以下四个等效分析。

- (1)激光器的平行光束通过透镜等效于一个单色点光源 S ;
- (2)点光源 S 在分光板 G 里成一虚点光源 S' ,见图 2(a);
- (3)定镜 M_1 在 G 里成一虚像 M_1' ,见图 2(b);
- (4)虚点源 S' 在平面镜 M_2 和 M_2' 里成两个虚的点光源 S_1' 和 S_2' ,见图 2(c)。

至此,用激光照射的干涉仪等效于两个单色点光源 S_1' 、 S_2' ,由于两个点光源是由同一点光源 S' 等效过来的,当然是相干的。

• 收稿日期:1996-09-27

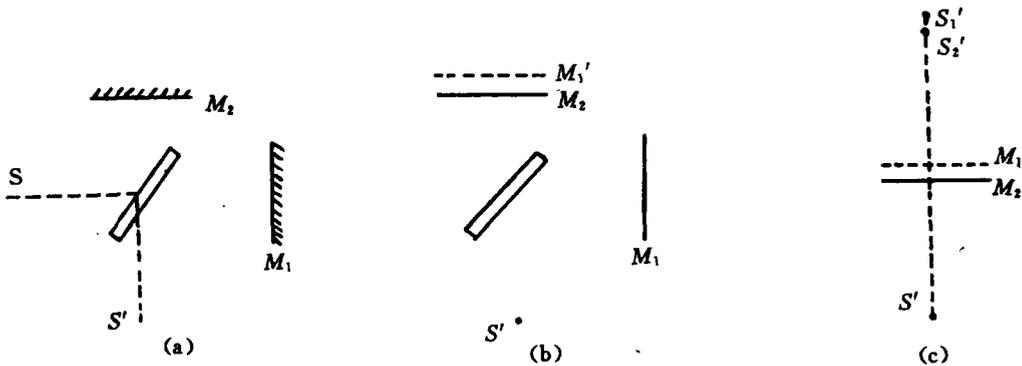


图 2 迈氏干涉仪的等效分析

两个相干点光源所产生的干涉条纹

在 xy 平面上有相距 $2a$ 的两个相干点光源 S_1', S_2' (如图 3)。 xy 平面上任意一点 $P(x, y)$ 的光强为

$$I(P) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(2\pi \frac{\Delta L}{\lambda}) \quad (1)$$

其中 I_1, I_2 为 S_1', S_2' 单独存在时对 P 点的光强贡献, ΔL 则为 $S_1'P$ 与 $S_2'P$ 之间的光程差。令

$$\Delta L = 2b = \pm n\lambda, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

这时 $I(P)$ 具有极大值。即要求

$$\sqrt{(x+a)^2 + y^2} - \sqrt{(x-a)^2 + y^2} = \pm 2b$$

由此计算出代表一系列亮条纹的等位相面是一组双曲线(见图 3)。

$$\frac{x^2}{b^2} - \frac{y^2}{a^2 - b^2} = 1 \quad (\because \Delta L \leq 2a, \therefore b \leq a) \quad (2)$$

显然,干涉场是以 x 轴为对称轴,因此在三维空间,等位相面是以 x 为轴的双曲旋转面。

$$\frac{x^2}{b^2} - \frac{y^2 + z^2}{a^2 - b^2} = 1 \quad (3)$$

这样一系列双曲线旋转面描述了两个点光源 S_1', S_2' 所形成的干涉场。

在观察迈氏干涉仪干涉条纹时,往往用一屏幕(毛玻璃)放在一定位置接收,所以看到的是干涉场在一平面上的分布。现分下列几种情况讨论。

(1)圆条纹 当屏幕垂直 x 轴且离 O 点为 C 处(如图 3 位置 I),显然亮条纹是一组同心圆,其半径可由式(3)求得

$$r = \sqrt{y^2 + z^2} = \sqrt{(a^2 - b^2)(\frac{c^2}{b^2} - 1)} \quad (4)$$

如果 $2a$ 为波长的整数倍,则在 x 轴上(即 $r=0$) $\Delta L=2a$ 应为一亮点,亮点外第 m 个同心圆的光程差 $\Delta L=2b=2a-m\lambda$,即

$$b = a - m \frac{\lambda}{2}$$

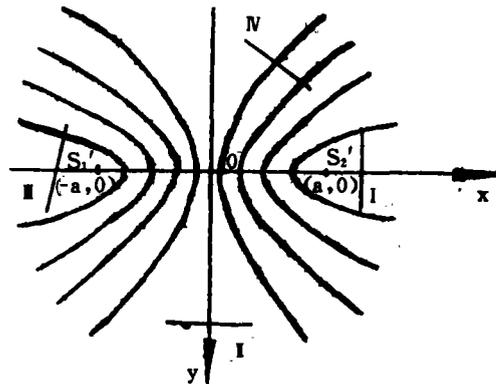


图 3 两相干点光源产生的干涉场

当只考虑最高几级干涉条纹时,可以认为 $a \gg m \frac{\lambda}{2}$,同时考虑到 $c \gg b$,作近似计算,由(4)式,得出第 m 个圆环的半径为

$$r_m = \frac{c}{\sqrt{a}} \sqrt{m\lambda} \quad (5)$$

由(5)式可看到,当 c 愈大,即屏幕愈远,而 a 愈小,即 S_1', S_2' 相距愈近时,这一组同心圆的半径愈大。

(2) 直线干涉条纹 当屏幕垂直 y 轴,且 $y=c$ 处,相当于图 3 中 I 位置,则(3)式变为

$$\frac{x^2}{b^2} - \frac{z^2}{a^2 - b^2} = 1 + \frac{c^2}{a^2 - b^2} \quad (6)$$

显然,这是一组双曲线,如假设干涉级别很小,即 $b = \frac{n\lambda}{2} \ll a$,且 $c \gg a$,则有 $\frac{x^2}{b^2} - \frac{z^2}{a^2} = \frac{c^2}{a^2}$,如果观察的视场很小,即 z 的变化范围比 c 小很多,则有

$$x = \pm b \frac{c}{a} = \pm n \frac{c}{2a} \lambda \quad (7)$$

这是一组垂直于 xy 平面的等间距平行线,其间距为 $\frac{c}{2a}\lambda$ 。

(3) 椭圆和双曲线干涉条纹 如果屏幕不在图 3 的 I 或 II 位置,则屏幕上接收到的将是椭圆或双曲线干涉条纹。令屏幕的法线在 xoy 平面上,法线与屏幕交于 x_0, y_0 ,法线与 x 轴成 θ 角。取屏幕上坐标 ξ, z (见图 4)。 x, y 坐标与 ξ 坐标转换关系为

$$x = x_0 + \xi \sin\theta, y = y_0 - \xi \cos\theta \quad (8)$$

将(8)式代入(3)式,得

$$\frac{(x_0 + \xi \sin\theta)^2}{b^2} - \frac{(y_0 - \xi \cos\theta)^2}{a^2 - b^2} - \frac{z^2}{a^2 - b^2} = 1 \quad (9)$$

将式(9)展开后,得到 ξ^2 项的系数为 $(\frac{\sin^2\theta}{b^2} - \frac{\cos^2\theta}{a^2 - b^2})$, (9)式是 ξ, z 坐标上的二次曲线,当 z^2 与 ξ^2 的系数同号,则曲线为椭圆,现 z^2 项的系数为负值,故椭圆条纹出现的条件为

$$\frac{\sin^2\theta}{b^2} - \frac{\cos^2\theta}{a^2 - b^2} < 0 \quad \text{即} \quad \text{tg}\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} < \frac{b}{\sqrt{a^2 - b^2}} \quad (10)$$

如不满足此条件,则屏幕上的干涉条纹就是双曲线。一般讲,如 a 一定,则 θ 角愈小,干涉级愈高,得到条纹常为椭圆(如图 3 中 III 位置)。否则,则得到双曲线条纹(如图 3 IV 位置)。

图解法

由上面讨论知两个相干点光源所形成的干涉场是一系列双曲线旋转面(如图 5)。迈氏干涉仪在调整过程中,屏幕上会出现什么形状的干涉条纹,取决于 M_2 与 M_2' (即 S_1' 与 S_2') 的位置关系,以及屏幕与二点光源的连线成什么关系。

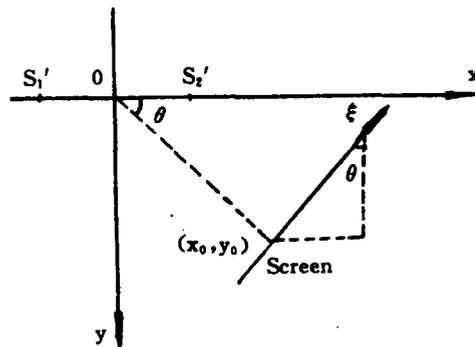


图 4 x, y 坐标与 ξ 坐标的变换

(1)如果激光束垂直定镜 M_1 且 M_1 垂直 M_2 ,那么屏幕与 $S_1'S_2'$ 连线垂直,屏幕与双曲线旋转面相截的结果产生同心圆的干涉条纹,如图 6。

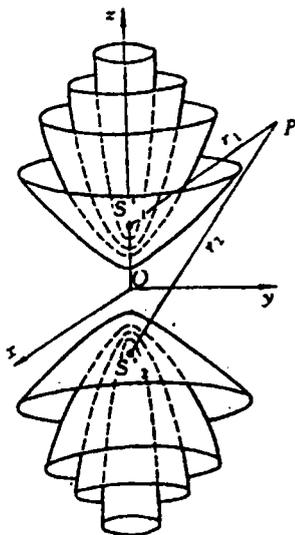


图 5 两个点光源产生的干涉曲面

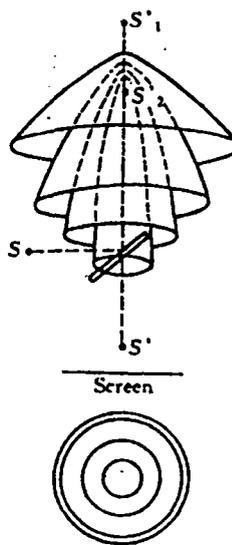


图 6 干涉圆条纹

(2)如果 M_1' 与 M_2 相交,且有一个微小的夹角,这相当于两个对顶的空气劈尖,应该产生等厚干涉,在此情况下,由作图可见, $S_1'S_2'$ 的连线几乎与屏幕平行,屏幕与双曲线旋转面交线的形状为中间是直线,两边对称分布的双曲线,见图 7。

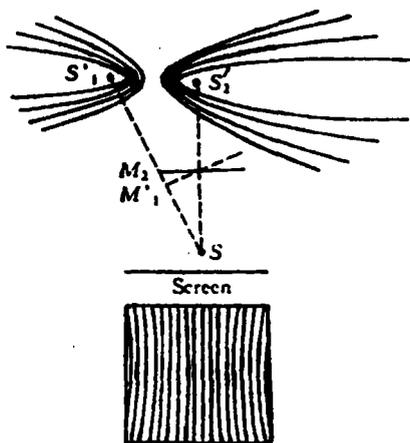


图 7 直线与双曲线干涉条纹

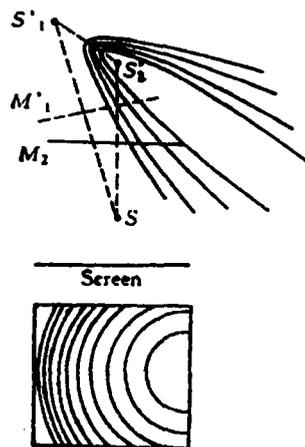


图 8 椭圆干涉条纹

(3)如果 M_1' 与 M_2 不平行又不相交,那么屏幕与双曲面相截的轨迹为椭圆,见图 8。

解析法是图解法的基础,很严谨,但过程不直观;图解法直观,易理解,二者结合起来相得益彰,对学生理解实验及操作仪器大有好处。

参考文献

- 1 赵凯华,钟锡华编. 光学(上册). 北京大学出版社
- 2 孙柏忠编. 物理光学(上册). 华中理工大学出版社
- 3 张士欣等编. 基础物理实验. 北京科学技术出版社