

串联系统可靠性分配的优化方法

许琦

(盐城工学院科技处,盐城 224003)

摘要 研究了串联系统可靠性分配的计算方法,通过实例把以往常用的“序贯”法和以计算机为工具的数学规划法进行比较,说明利用数学规划法,可以使串联系统可靠性分配更加方便、合理。

关键词 串联系统 可靠性分配 优化

分类号 TH122

可靠性分配就是将规定的系统可靠度指标,在构成该系统的若干分系统之间进行适当的调配,使参数控制使用资源(人力、物力、财力、时间、空间等)时所花的费用最少^[1]。其目的是合理地确定各个单元的可靠性指标,以便在单元设计、制造、试验、验收时切实加以保证;还能促进设计、制造、试验、验收方法和技术的改进和提高;同时使设计者更加全面地权衡系统的性能、功能、重量、费用及有效性与时间的关系,以获得更为合理的系统设计,提高产品的设计质量。可靠性分配有许多方法,随着掌握可靠性资料的多少,设计时间以及目标和限制条件不同而不同,目前解决这个问题的数学方法有古典的数学法,也有运用电子计算机的数学规划法^[2]。

数学规划法是将多个变量的问题,形式上分解为只包含一个变量的一系列子问题,通过解决这一系列子问题而解出多变量问题。事实上,利用数学规划法解决在满足规定系统可靠性指标的条件下,使费用或重量、或者尺寸等最小的优化问题是很方便的。

1 数学模型的建立

假设某一个系统,它是由 n 个子系统所组成,其每一个子系统都可以独立加以改进。这些子系统是串联的并独立地工作。希望定量地表示每个子系统合适的可靠性目标,使得花费最小,保证系统获得规定的可靠度指标。

可将这种最优化问题写成如下公式^[2]:

目标函数为:

$$\min \sum_{i=1}^n G_i(R'_i, R_i)$$

约束条件为:

$$\prod_{i=1}^n R_i \geq R, \quad 0 < R_i < 1 \quad i = 1, 2, \dots, n$$

式中: R 为系统可靠性指标, R'_i 为第 i 单元现有的可靠度水平, R_i 为第 i 单元调整后的可靠性指标, $G_i(R'_i, R_i)$ 为第 i 单元可靠度由 R'_i 提高到 R_i 所需要的费用函数。

在以往常用“序贯”法^[3],利用变换函数

$$T_k(s_k, d_k) = s_k \cdot y_k = s_{k-1} \quad k = 1, 2, \dots, n$$

反变换函数

$$R_k(s_k, d_k) = G_k(s_k, y_k) \quad k = 1, 2, \dots, n$$

设 $f_k(s_k)$ 为阶段 k 的最优反变换函数,则动态规划问题的一般循环方程为:

$$f_k(s_k) = \min \{G_k(s_k, d_k) + f_{k-1}(s_{k-1})\} \\ k = 1, 2, \dots, n$$

和

$$f_0(s_0) = 0$$

解题时循环地反向使用上式^[3]。

这种方法存在着对多变量的问题,计算工作复杂繁琐,甚至无法进行;工程分析中在相同系统的历史数据资料较少的情况下,使得计算比较粗糙,精确性差。当采用计算机辅助设计后,对于这样的规划问题就变得很容易。

本文利用求约束条件下 n 维极值的复形调优

法,根据历史数据资料,建立目标函数 G ,并找出目标函数变量的约束条件,求目标函数 G 的极值点和极小值。

2 算例^[12]

一系统有 4 个相互独立的子系统,且仅当 4

个子系统均能正常工作时,此系统才能正常工作。此系统可靠度要求为不小于 0.95。以工程分析和相同系统的历史数据资料为基础,估计目前子系统的可靠度水平分别为 0.93、0.95、0.96、0.97,花费函数如表 1 所示,为了使花费的总量为最小,问每个子系统应分配多大的可靠度指标?

表 1 花费函数

R_1	$G_1(0.93,R_1)$	R_2	$G_2(0.93,R_2)$	R_3	$G_3(0.93,R_3)$	R_4	$G_4(0.93,R_4)$
0.93	0.0						
0.94	0.5						
0.95	1.0	0.95	0.0				
0.96	1.5	0.96	2.0	0.96	0.0		
0.97	2.5	0.97	6.0	0.97	3.0	0.97	0.0
0.98	4.5	0.98	12.0	0.98	9.0	0.98	3.0
0.99	20.0	0.99	22.0	0.99	32.0	0.99	8.0
0.995	45.0	0.995	40.0	0.995	65.0	0.995	12.0

按“序贯”法,其总花费为最小的方案为 $R_1R_2R_3R_4=0.9504$,其中 $R_1=0.99,R_2=0.99,R_3=0.98,R_4=0.99$,总花费为 59。

利用复形调优法。

首先对原始数据进行处理。由于原始数据较

少,在拟合时可能有较大的偏差,利用一元三点等距离插值法和五点三次平滑,结合原始条件和花费函数,初步确定子目标可靠度可能分配的区域,得花费函数表 2。

根据表 2 的数据,用最小二乘法拟合,并观察

表 2 花费函数

R_1	$G_1(0.93,R_1)$	R_2	$G_2(0.93,R_2)$	R_3	$G_3(0.93,R_3)$	R_4	$G_4(0.93,R_4)$
0.985	11.3	0.982	14.0	0.980	11.0	0.991	9.0
0.986	12.7	0.983	14.7	0.981	11.7	0.992	9.5
0.987	14.7	0.984	15.4	0.982	13.0	0.993	10.3
0.988	17.0	0.985	16.3	0.983	14.7	0.994	10.9
0.989	19.0	0.986	17.4	0.984	16.6	0.995	12.2
0.990	21.1	0.987	18.4	0.985	18.8	0.996	14.5
0.991	24.8	0.988	19.6	0.986	21.1	0.977	18.5
0.992	29.7	0.989	21.2	0.987	24.0	0.998	24.1

拟合的多项式的项数和数据点的偏差的平方和,选择最佳的多项式项数。对于本例多项式选择四项,其数据点偏差的平方和最小,即表达式为 $G=A(1)+A(2)(R-\bar{R})+A(3)(R-\bar{R})^2+A(4)(R-\bar{R})^3$, $\bar{R}$ 为所有数据点的平均值,拟合得出每一个相互独立的子系统的花费和可靠度之间的函数系数 $A(1)、A(2)、A(3)、A(4)$,见表 3。

表 3 函数系数

	$A(1)$	$A(2)$	$A(3)$	$A(4)$
G_1	17.753	1571.18	182740	98141500
G_2	19.053	1227.34	106546	26516600
G_3	19.975	2558.63	195236	80760000
G_4	11.44	1319.5	415469	69187400

目标函数 G 为:

$$G=G_1+G_2+G_3+G_4$$

约束条件为:

$$0.95 \leq R_1 < 1$$

$$0.95 \leq R_2 < 1$$

$$0.96 \leq R_3 < 1$$

$$0.97 \leq R_4 < 1$$

$$0.95 \leq R_1 \cdot R_2 \cdot R_3 \cdot R_4 < 1$$

利用求约束条件下 n 维极值复形调优法的标准程序^[12],优化结果为:

$$R_1=0.986,R_2=0.983,R_3=0.982,R_4=0.995,R_1R_2R_3R_4=0.9501$$

$$G_1=12.7,G_2=14.7,G_3=13.0,G_4=12.2,总$$

花费为 52.6。

3 结语

利用动态规划法进行串联系统的可靠性分配,从计算结果上看,显得粗糙,没有得到很好优化, G_1 、 G_2 和 G_3 、 G_4 花费相差较多,但可以根据每个花费函数的梯度关系,适当地降低 R_1 和 R_2 ,提

高 R_3 和 R_4 ,使得总花费进一步降低;从数学规划的结果来看,通过合理地分配可靠度,使花费相差较小,从而降低了总费用;动态规划其工作量较大,甚至对于复杂的系统的规划就无法进行,而应用计算机辅助设计,编制成通用程序,其计算速度快,随着系统的复杂化,可靠性分配的计算方法的研究将显示它的重要性。

参 考 文 献

- 1 Kapuc, K. C. Optimization in Design by Reliability. AIIE Transactions. 1975, 17(2)
- 2 欧阳祖行. 机械可靠性设计. 南京: 南京航空航天大学出版社, 1996. 43, 53~58
- 3 [美]K. C. 卡帕, L. R. 兰伯森. 工程设计中的可靠性. 张智铁译. 北京: 机械工业出版社, 1984. 400
- 4 Nemhauser, G. L. . Introduction to Dynamic Programming. John Wiley & Sons, New York, 1966
- 5 徐士良. FORTRAN 常用算法程序集. 北京: 清华大学出版社, 1993. 351~359

Optimization Method of Reliability Apportionment of Series System

Xu Qi

(Department of Scientific Research of Yancheng
Institute of Technology, Yancheng 224003, PRC)

Abstract It is discussed that the actuality of the reliability apportionment of system. The calculate method of the reliability apportionment of series system is studied. Method of mathematic plan basis on compuct is assimilated with "order through" used past. It is more convenient and reasonable with computer by making use of maths plan through giving an example to illustrate.

Keywords Series System; Reliability Apportionment; Optimization

(上接第 29 页)

参 考 文 献

- 1 高尔曼. 室内照明设计实例. 李斯平译. 沈阳: 辽宁科学技术出版社, 1997

The Disposing And The Designing Of The Main Column In Modern Commercial Indoor Environment

Guo Chengbo You Qian

(Department of Constrection Engineering of Yancheng
Institute of Technology, Yancheng, 224003, PRC)

Abstract This paper discusses the reasonable utilization and the sculpt designing of the Main column in modern commercial indoor environment. it utilizes a great deal of the designing instances, discusses the principle and the method of the main column's disposing and designing in modern commercial indoor environment.

Keywords Column; Column shape; The environment designing in commercial indoor