微机械振动陀螺仪的误差分析**

罗晓章　　程启明
（东南大学仪器科学与工程系，江苏 南京 210096　盐城工学院计算机系，江苏 盐城 224003）

摘　要　介绍了微机械振动陀螺仪的结构特点及工作机理，建立了其力学模型，并在此基础上，对原理误差进行了定性的分析，得出了影响其精度的主要干扰源，为误差的补偿指明了方向。

关键词　微机械；　振动陀螺仪；　角速度；　误差
分类号　O318.3　　**文献标识码**　A　　**文章编号**　1008-5092(2000)01-0001-04

微机械振动陀螺仪是在硅微结构的微米/纳米技术基础上发展起来的一类技术难度较大的微机电系统(MEMS)。它具有体积小、重量轻、成本低、可靠性高、抗振动冲击能力强以及易于大批量生产等特点，在战术武器系统、稳定控制系统、机器人、汽车以及儿童玩具等方面，具有广泛的用途[1,2]。

1　结构组成

如图 1 所示，微机械振动陀螺仪有内、外两个框架，内框架通过一对内挠性轴连接在外框架上，外框架通过一对与内挠性轴正交的外挠性轴连接在壳体上。内框架上有一沉金的质量块，用来平衡整个框架系统。外框架两侧的上方是一对驱动电极，用来驱动整个框架系统，内框架两侧的上方是一对敏感电极，用来敏感框架的角振动。

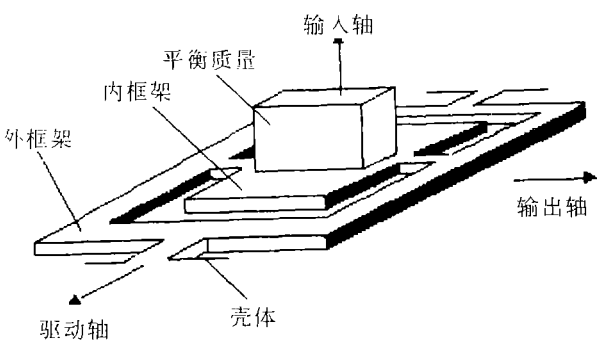

图 1　微机械振动陀螺仪
Fig. 1　The micromechanical vibratory gyroscope

2　工作机理

内外框架皆可绕其挠性轴作角振动。当给驱动电极加上交变电压时，在静电吸力的作用下，外框架将绕其轴作角振动，同时带动内框架一起振动。此时，内框架便能敏感沿框架平面法线的角速度。如果沿此方向有角速度输入，那么内框架在哥氏惯性力的作用下，将绕其轴振动。这将引起其上敏感电容的变化，且电容变化量与输入角速度的大小成正比，所以通过检测敏感电容变化量的大小，便可获得输入角速度值。

3　运动方程

假设整个框架系统的质心 c 与内外挠性轴的交点 o 重合，以重合点 o 为坐标原点，建立如下各坐标系：(1)惯性坐标系 $o\xi\eta\zeta$；(2)载体坐标系 $ox_by_bz_b$，z 轴为输入轴；(3)外框架坐标系 $ox_2y_2z_2$，y_2 为驱动

* 收稿日期：1999－05－05
** 国防科技预研基金资助项目
作者简介：罗晓章(1970-)，男，湖北省人，博士研究生。
程启明(1965-)，男，江苏响水县人，博士，副教授，主要研究方向为智能控制、微机测控。

?1994-2014 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

轴;(4)内框架坐标系 $ox_1y_1z_1$,x_1 为输出轴。各坐标系间的变换关系如下:

$$C_b^2=\begin{bmatrix}1&0&-\varphi\\0&1&0\\\varphi&0&1\end{bmatrix},C_2^1=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&\theta\\0&-\theta&1\end{bmatrix},C_b^1=\begin{bmatrix}1&0&-\varphi\\0&1&\theta\\\varphi&-\theta&1\end{bmatrix},$$

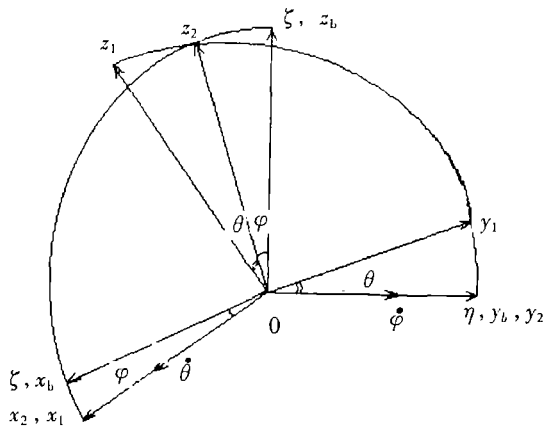

图 2 微机械振动陀螺仪坐标变换关系

Fig.2 The coordinate transform relation of micromechanical vibratory gyroscope

假定 ω_x、ω_y、ω_z 为载体坐标系相对惯 性坐标系的绝对角速度,$\dot{\varphi}$ 为外框架坐标系相对壳体的角速度,$\dot{\theta}$ 为内框架坐标系相对外框架坐标系的角速度,则载体、外框架、内框架坐标系相对惯性坐标系的角速度在它们各自的坐标系中的分量为:

$$\boldsymbol{\omega}_{ib}^b=\begin{bmatrix}\omega_x\\\omega_y\\\omega_z\end{bmatrix},\boldsymbol{\omega}_{i2}^2=\begin{bmatrix}\omega_x-\varphi\omega_z\\\omega_y+\dot{\varphi}\\\omega_z+\varphi\omega_x\end{bmatrix},\boldsymbol{\omega}_{i1}^1=\begin{bmatrix}\omega_x-\varphi\omega_z+\dot{\theta}\\\omega_y+\theta\omega_z+\dot{\varphi}\\\omega_z-\theta\omega_y+\varphi\omega_x-\theta\dot{\varphi}\end{bmatrix}$$

内、外框架相对原点的动量矩矢量在外框架坐标系中的表达式分别为:

$$\boldsymbol{H}_1^2=\begin{bmatrix}I_{1x}(\omega_x-\varphi\omega_z+\dot{\theta})\\I_{1y}(\omega_y+\dot{\varphi})+\theta(I_{1y}-I_{1z})\omega_z\\I_{1z}(\omega_z-\varphi\omega_x)+\theta(I_{1y}-I_{1z})(\omega_y+\dot{\varphi})\end{bmatrix},\boldsymbol{H}_2^2=\begin{bmatrix}I_{2x}(\omega_x-\varphi\omega_z)\\I_{2y}(\omega_y+\dot{\varphi})\\I_{2z}(\omega_z-\varphi\omega_x)\end{bmatrix}$$

其中 I_{1x}、I_{1y}、I_{1z}分别为内框架的主惯量,I_{2x}、I_{2y}、I_{2z}分别为外框架的主惯量,在上面的推导中忽略了二阶以上小量,在以下推导中同样也将忽略二阶以上小量。

内、外框架动量矩方程分别为:

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{H}_1^2}{\mathrm{d}t}+\boldsymbol{\omega}_{i2}^2\times\boldsymbol{H}_1^2=\boldsymbol{M}_1+\boldsymbol{L}_{12}\tag{1}$$

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{H}_2^2}{\mathrm{d}t}+\boldsymbol{\omega}_{i2}^2\times\boldsymbol{H}_2^2=\boldsymbol{M}_2+\boldsymbol{L}_{21}+\boldsymbol{L}_{2b}\tag{2}$$

其中 $\boldsymbol{M}_1$ 为内框架所受的总干扰力矩,$\boldsymbol{M}_2$ 为外框架所受的静电驱动力矩,$\boldsymbol{L}_{12}$为外框架对内框架作用的力矩,且 $\boldsymbol{L}_{12}=-\boldsymbol{L}_{21}$,$\boldsymbol{L}_{2b}$为载体对外框架作用的力矩。

联立(1)、(2)式,得整个框架系统的动量矩方程

$$\frac{\mathrm{d}(\boldsymbol{H}_1^2+\boldsymbol{H}_2^2)}{\mathrm{d}t}+\boldsymbol{\omega}_{i2}^2\times(\boldsymbol{H}_1^2+\boldsymbol{H}_2^2)=\boldsymbol{M}_1+\boldsymbol{M}_2+\boldsymbol{L}_{2b}\tag{3}$$

由式(1)得内框架沿 x_1 轴(输出轴)的动量矩分量方程

$$\begin{aligned}&L_{1x}\ddot{\theta}+D_{1x}\dot{\theta}+[K_{1x}+(I_{1y}-I_{1z})((\omega_y+\dot{\varphi})^2-\omega_z(\omega_z+\varphi\omega_x))]\theta=\\&(I_{1x}+I_{1y}-I_{1z})\dot{\varphi}\omega_z+(I_{1y}-I_{1z})(\omega_y\omega_z+\varphi\omega_x(\omega_y+\dot{\varphi}))+I_{1x}(\varphi\dot{\omega}_z-\dot{\omega}_x)\end{aligned}\tag{4}$$

其中,D_{1x}为内框架的阻尼系数,K_{1x}为内框架的弹性系数。当 $\omega_x=\omega_y=0$,$\dot{\omega}_x=\dot{\omega}_z=0$,且只保留方程右

?1994-2014 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

边的陀螺力矩,忽略其它干扰力矩,式(4)可简化为:

$$I_{1x}\ddot{\theta} + D_{1x}\dot{\theta} + [K_{1x} + (I_{1y} - I_{1z})(\dot{\varphi}^2 - \omega_z^2)]\theta = (I_{1x} + I_{1y} - I_{1z})\dot{\varphi}\omega_z \tag{5}$$

由于$(I_{1y} - I_{1z})(\dot{\varphi}^2 - \omega_z^2) \ll K_{1x}$,故上式可进一步简化为:

$$\ddot{\theta} + 2\xi\omega_1\dot{\theta} + \omega_1^2\theta = \frac{I_{1x} + I_{1y} - I_{1z}}{I_{1x}}\dot{\varphi}\omega_z \tag{6}$$

其中,$\omega_1^2 = \frac{K_{1x}}{I_{1x}}$,$\xi = \frac{D_{1x}}{2\omega_1 I_{1x}}$。

由式(3)得外框架沿 y_2 轴(驱动轴)的动量矩分量方程

$$(I_{1y} + I_{2y})\ddot{\varphi} + [D_{2y} - (I_{1y} - I_{1z})\omega_x\theta]\dot{\varphi} + [K_{2y} - I_{xx}(\omega_z^2 - \omega_x^2) + I_{1x}\omega_x\dot{\theta}]\varphi =$$
$$M_{2y} - (I_{1x} + I_{1y} - I_{1z})\dot{\theta}\omega_z + I_{xx}\omega_x\omega_z + (I_{1y} - I_{1z})(\omega_x\omega_y - \dot{\omega}_z)\theta - (I_{1y} + I_{2y})\dot{\omega}_y \tag{7}$$

M_{2y}为外框架所受的沿 y_2 轴(驱动轴)的驱动力矩,D_{2y}为整个框架的阻尼系数,K_{2y}为整个框架的弹性系数,$I_{xx} = I_{1z} - I_{1x} + I_{2z} - I_{2x}$。当 $\omega_x = \omega_y = 0$,$\dot{\omega}_y = \dot{\omega}_z = 0$,并忽略方程右边的陀螺力矩项,上式简化为

$$\ddot{\varphi} + 2\zeta\omega_2\dot{\varphi} + \omega_2^2\varphi = \frac{M_{2y}}{I_{1y} + I_{2y}} \tag{8}$$

其中 $\omega_2^2 = (K_{2y} + I_{xx}\omega_z^2)/(I_{1y} + I_{2y})$,$\zeta = D_{2y}/2\omega_2(I_{1y} + I_{2y})$,假定 $M_{2y} = A\sin(\omega t)$,$\omega = \omega_2$,方程(8)的稳态解为

$$\varphi = \frac{AQ_2}{(I_{1y} + I_{2y})\omega_2^2}\sin(\omega_2 t - \frac{\pi}{2}) \tag{9}$$

其中,品质因数 $Q_2 = \frac{1}{2\zeta}$。把式(9)代入式(6),并令 $\omega_1 = \omega_2$,可得陀螺仪的稳态输出方程如下:

$$\theta = \frac{(I_{1x} + I_{1y} - I_{1z})AQ_1Q_2}{I_{1x}(I_{1y} + I_{2y})\omega_2^3}\omega_z\sin(\omega_2 t - \frac{\pi}{2}) \tag{10}$$

式中,品质因数 $Q_1 = \frac{1}{2\zeta}$。从式(10)可以看出,输出角度 θ 随时间 t 作震荡运动,频率为驱动电压的频率,振幅正比于输入角速度 ω_z。因此,根据(10)式,通过 θ 的测量值,便可确定载体绕 ζ 轴的旋转角速度 ω_z。

4　误差分析

陀螺仪精度的高低,直接影响到它的应用范围。由于各种干扰的作用,使实际工作的陀螺仪总是存在或多或少的漂移。因此分析陀螺漂移产生的原因,找到相应的补偿措施,是非常有必要的。式(10)是在载体作匀速旋转,且忽略各干扰力矩项的条件下得出的。为了定量地分析式(4)、(7)中各干扰项的大小,考虑选择下列结构形式的陀螺仪。

表 1　微机械振动陀螺仪的结构尺寸

Table 1　The structure and dimension of micromechanical vibratory gyroscope　(μm)

外框架	内框架	质量块	内挠性轴	外挠性轴	激励电容	检测电容
长×宽×厚	长×宽×厚	长×宽×高	长×宽×厚	长×宽×厚	长×宽×厚	长×宽×厚
880×480×8	600×200×8	40×200×12	40×10×0.8	50×20×0.8	650×90×3	270×200×3

用四阶 Runge-Kutta 方法对方程(4)、(7)联立求解,并将求解结果与方程(10)对应的理想值相比较,从而得出各干扰力矩项的漂移大小,如表 2 所示。

表 2　输入角速度 ω_z = 400 °/s 时各干扰项所引起的漂移率

Table 2　The drift ratio caused from the interferential items when input angular speed is 400°/s

	A_1	A_2	A_3	A_4	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5
ω_d	104 °/h	291 °/h	6.1 °/h	6.2 °/h	9.4 °/h	9.7 °/h	12 °/h	5.9 °/h	7.2 °/h

?1994-2014 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

$A_1 = (I_{1y} - I_{1z})(\omega_y^2 - \omega_z^2)$, $A_2 = (I_{1y} - I_{1z})(\dot{\varphi}^2 + 2\omega_y\dot{\varphi} - \omega_x\omega_z\varphi)$,

$A_3 = (I_{1y} - I_{1z})\omega_y\omega_z$, $A_4 = (I_{1y} - I_{1z})(\omega_y + \dot{\varphi})\omega_z\varphi + I_{1z}(\dot{\omega}_z\varphi - \dot{\omega}_x)$

$B_1 = -(I_{1y} - I_{1z})\omega_x\theta$, $B_2 = -I_{zz}(\omega_z^2 - \omega_z^2)$, $B_3 = I_{1z}\omega_x\dot{\theta}$, $B_4 = -(I_{1z} + I_{1y} - I_{1z})\omega_z\dot{\theta}$,

$B_5 = I_{zz}\omega_z\omega_x$, $B_6 = (I_{1y} - I_{1z})(\omega_x\omega_y - \dot{\omega}_z)\theta - (I_{1y} + I_{2y})\dot{\omega}_y$

从表 2 可以看出，干扰项 A_1、A_2、B_1、B_2 及 B_3 对陀螺的精度影响较大，其中 A_1、A_2 影响式(4)中的弹性系数，B_1 影响式(7)中的阻尼系数，B_2、B_3 影响式(7)中的弹性系数。而从这些干扰项的表达式可知，交叉轴的耦合角速度是导致这些干扰项的根源。因此如何消除交叉轴的耦合角速度，是提高这种陀螺仪精度的关键之所在。

以上分析的只是原理误差，除此以外，环境温度的变化，对材料的机械、电学性能影响较大，有的甚至是质的变化，这无疑会导致陀螺精度的下降，还有加工工艺误差、信号检测误差引起的陀螺漂移也是不容忽视的，因为从式(10)可以看出，陀螺仪输出角度的幅度与激励模态、检测模态的品质因数成比例，所以只有当激励与检测都达到或接近共振状态时，陀螺仪输出才最大，这就要求激励与检测模态两者的固有频率相等或接近。如果工艺误差较大，势必会影响到两种模态的固有频率。另外，输出信号的检测属于强背景噪声下微弱有用信号的检测，一个很小的干扰噪声，就有可能带来较大的漂移误差。

5 结论

这种形式的微机械振动陀螺仪，由于其自身的结构特点，使它在许多领域都具有广泛的应用。因此，它是一种极具发展前途的惯性测量器件。

参 考 文 献

1 B. Boxenhorn, P. Greiff. A Vibratory Micromechanical Gyroscope[C]. AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, Minneapolis, Minnesota, 1988. 15 ~ 17.

2 P. Greiff, B. Boxenhorn. Micromechanical Gyroscopic Transducer with Improved Drive and Sense Capabilities[P]. United States Patent, 5408877. 1995-04-25.

Error analysis of Micromechanical Vibratory Gyroscopes

Luo Xiaozhang[1)] *Cheng Qiming*[2)]

(1) Southeast University, Jiangsu Nanjing 210096, PRC
2) Department of Computers Engineering of Yancheng Institute of Technology, Jiangsu Yancheng, 224003, PRC)

Abstract The micromechanical vibratory gyroscope is a miniature inertial instrument applied to measure the angular rate of the moving objects. Owing to its minimum size, light weight, low cost, high reliability and so on, the micromechanical gyroscope will play an important role in military and commercial areas. The paper describes its structural components and its principle of operation. On the basis of the mechanical model, the principal errors are analyzed and some fatal factors influenced on the micromechanical gyroscope are discovered.

Keywords micromechanical; vibratory gyroscope; angular rate; error

?1994-2014 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net