第 14 卷 第 4 期
2001 年 12 月

盐城工学院学报
Journal of Yancheng Institute of Technology

Vol.14 No.4
Dec.2001

多元覆盖阶数和维数的相互关系*

周 琦
(盐城工学院 基础部,江苏 盐城 224003)

摘 要:将覆盖同余式推广到多元覆盖的情形,给出了多元覆盖的定义,证出了当$\{\langle\mu_{i1},\cdots,\mu_{in}\rangle(\langle m_{i1},\cdots,m_{in}\rangle)\}_{i=1}^{k}$为一个 n 元的覆盖系时。若 $k\geqslant n$,则有 $k\geqslant n+\varphi(\min\{m_{n+1},\cdots,m_k\})$,这里 φ 表示欧拉函数,m_i 表示$m_{i1},\cdots,m_{in}$的最小公倍数。

关键词:同余式; 多元覆盖; 模

中图分类号:O175　　**文献标识码**:A　　**文章编号**:1008-5092(2001)04-0042-02

覆盖同余式问题在数论中被研究得非常多,特别是对一元覆盖同余式,人们已经得出了许多重要的结论,参见[1][2],1989 年张明志[3]证明了覆盖中的模所满足的一个不等式,受这一新颖结果的启发,孙智伟从 1992 年开始系统地揭示 m 重覆盖与埃及分数的联系,得出了许多典型的结果,并对多元覆盖中的基本问题维数问题进行了许多研究,本文将一元覆盖的一些基本概念推广到多元的情形,证明了多元覆盖的阶数与维数之间的一定联系,得出了多元覆盖中与阶数有关的一个不等式。

1 一些基本概念

定义 1 如果对每个整数 x 至少满足下列同余式组

$$x\equiv a_1(\bmod n_1),x\equiv a_2(\bmod n_2),\cdots,x\equiv a_k(\bmod n_k)\tag{1}$$

中的一个,则称(1)为一个覆盖同余系,也记$\{a_i(n_i)\}_{i=1}^{k}$为一个覆盖系,简记为 CS。在(1)式中如果 $n_1,n_2,\cdots,n_k$ 中任两个互不相同,则称 A 为一个不同模覆盖系。

将上述定义推广,可得多元覆盖的定义。

定义 2 如果对任意 n 元向量$\langle x_1,x_2,\cdots,x_n\rangle$都有 $i(1\leqslant i\leqslant k)$使得 $x_j\equiv\mu_{ij}(\bmod m_{ij})\ j=1,2,\cdots,n$ 成立,则称

$$\{\langle\mu_{i1},\mu_{i2},\cdots,\mu_{in}\rangle(\langle m_{i1},m_{i2},\cdots,m_{in}\rangle)\}_{i=1}^{k}$$

为一个 n 元的 CS,又若不存在 i,j 使得

$$\langle m_{i1},m_{i2},\cdots,m_{in}\rangle=\langle m_{i1},m_{i2},\cdots,m_{in}\rangle$$

则称$\{\langle\mu_{i1},\mu_{i2},\cdots,\mu_{in}\rangle(\langle m_{i1},m_{i2},\cdots,m_{in}\rangle)\}_{i=1}^{k}$为一个不相交覆盖系。

同常规一样,我们用$[a,b]$表示 a、b 的最小公倍数,(a,b)表示 a、b 的最大公约数。

2 定理及证明

引理 设$\{\langle\mu_{i1},\mu_{i2},\cdots,\mu_{in}\rangle(\langle m_{i1},m_{i2},\cdots,m_{in}\rangle)\}_{i=1}^{k}$为一个 n 元的覆盖系,当 $k\geqslant n$ 时则至少有一个 $i,(i\leqslant i\leqslant k)$使得 $m_{ii}=1$

证明:考虑 n 元数组$\langle\mu_{11}+1,\cdots,\mu_{kk}+1,0,\cdots,0\rangle$它要被覆盖,必有 i 满足

$$\langle\mu_{11}+1,\cdots,\mu_{kk}+1,0,\cdots,0\rangle\equiv\langle\mu_{i1},\cdots,\mu_{in}\rangle(\langle m_{i1},\cdots,m_{in}\rangle)$$

* 收稿日期:2001-05-16
作者简介:周 琦(1964-),女,江苏东台市人,盐城工学院讲师。

特别地 $\mu_{ii}+1\equiv\mu_{ii}(\mathrm{mod}\, m_{ii})$从而 $m_{ii}=1$.证毕。

定理　设$\{\langle\mu_{i1},\mu_{i2},\cdots,\mu_{in}\rangle(\langle m_{i1},m_{i2},\cdots,m_{in}\rangle)\}_{i=1}^{k}$为一个 n 元的覆盖系,当 $k\geqslant n$ 时有 $k\geqslant n+\varphi(\min\{m_{n+1},\cdots,m_k\})$,这里 φ 表示欧拉函数,$m_i=[m_{i1},\cdots,m_{in}]$。

证明:设$\min\{m_{n+1},\cdots,m_k\}=m_s$,又设 t 与 m_s 互素,$p_{t_j}\equiv t(\mathrm{mod}\, m_j)$,且 p_{t_j}是大于所有 m_{ij}的素数。若

$$\langle\mu_{11}+p_{t_j},\mu_{22}+p_{t_j},\cdots,\mu_{nn}+p_{t_j}\rangle$$

被

$$\{\langle\mu_{i1},\mu_{i2},\cdots,\mu_{in}\rangle(\langle m_{i1},m_{i2},\cdots,m_{in}\rangle)\}_{i=1}^{k}$$

覆盖,则 $\mu_{ii}+p_{t_j}\equiv\mu_{ii}(\mathrm{mod}\, m_{ii})$,从而 $m_{ii}>1$ 这与引理矛盾。

因此 $\langle\mu_{11}+p_{t_1},\cdots,\mu_{nn}+p_{t_1}\rangle,\langle\mu_{11}+p_{t_2},\cdots,\mu_{nn}+p_{t_2}\rangle,\cdots,\langle\mu_{11}+p_{t_{\varphi(m_s)}},\cdots,\mu_{nn}+p_{t_{\varphi(m_s)}}\rangle$

在 $t_1,t_2,\cdots,t_{\varphi(m_s)}$恰好通过 m_s 的最小正缩系时不被前n 个覆盖,若对后面的某个模$(m_{i1},\cdots,m_{in})$有

$$\langle\mu_{11}+p_{t_\alpha},\cdots,\mu_{nn}+p_{t_\alpha}\rangle\equiv\langle\mu_{11}+p_{t_\beta},\cdots,\mu_{nn}+p_{t_\beta}\rangle(\mathrm{mod}\langle m_{i1},\cdots,m_{in}\rangle)(n+1\leqslant i\leqslant k)$$

则

$$p_{t_\alpha}\equiv p_{t_\beta}(\mathrm{mod}[m_{i1},\cdots,m_{in}])$$

从而 $t_\alpha\equiv t_\beta(\mathrm{mod}\, m_i)$,这同 $m_i\geqslant m_s$ 矛盾。因此

$$k-n\geqslant\varphi(m_s)=\varphi(\min(m_{n+1},\cdots,m_k))$$

证毕。

3　例

对上述定理现举两个例子如下:

例1　当$\langle u_{11},u_{12},u_{13},u_{14}\rangle=\langle0,0,0,0\rangle;\langle m_{11},m_{12},m_{13},m_{14}\rangle=\langle1,2,1,1\rangle;$

$\langle u_{21},u_{22},u_{23},u_{24}\rangle=\langle0,0,3,0\rangle;\langle m_{21},m_{22},m_{23},m_{24}\rangle=\langle1,1,4,1\rangle;$

$\langle u_{31},u_{32},u_{33},u_{34}\rangle=\langle0,0,0,4\rangle;\langle m_{31},m_{32},m_{33},m_{34}\rangle=\langle1,1,1,6\rangle;$

$\langle u_{41},u_{42},u_{43},u_{44}\rangle=\langle0,1,0,0\rangle;\langle m_{41},m_{42},m_{43},m_{44}\rangle=\langle1,2,4,1\rangle;$

$\langle u_{51},u_{52},u_{53},u_{54}\rangle=\langle0,1,0,0\rangle;\langle m_{51},m_{52},m_{53},m_{54}\rangle=\langle1,2,1,6\rangle;$

$\langle u_{61},u_{62},u_{63},u_{64}\rangle=\langle0,1,2,0\rangle;\langle m_{61},m_{62},m_{63},m_{64}\rangle=\langle1,2,4,1\rangle;$

$\langle u_{71},u_{72},u_{73},u_{74}\rangle=\langle0,0,1,2\rangle;\langle m_{71},m_{72},m_{73},m_{74}\rangle=\langle1,1,4,6\rangle;$

$\langle u_{81},u_{82},u_{83},u_{84}\rangle=\langle0,1,0,3\rangle;\langle m_{81},m_{82},m_{83},m_{84}\rangle=\langle1,2,1,6\rangle;$

$\langle u_{91},u_{92},u_{93},u_{94}\rangle=\langle0,0,1,5\rangle;\langle m_{91},m_{92},m_{93},m_{94}\rangle=\langle1,1,4,6\rangle;$

$\langle u_{10,1},u_{10,2},u_{10,3},u_{10,4}\rangle=\langle0,1,1,1\rangle;\langle m_{10,1},m_{10,2},m_{10,3},m_{10,4}\rangle=\langle1,2,4,6\rangle$

时

$$\{\langle u_{i1},u_{i2},u_{i3},u_{i4}\rangle(\langle m_{i1},m_{i2},m_{i3},m_{i4}\rangle)\}_{i=1}^{10}$$

为一个4元的 CS,这时,$k=10,n=4,m_5=6,m_6=4,m_7=12,m_8=6,m_9=12,m_{10}=12,\varphi(\min\{6,4,12,6,12,12\})=2$,显然不等式成立。

例2　当$\langle u_{11},u_{12},u_{13}\rangle=\langle0,0,0\rangle;\langle m_{11},m_{12},m_{13}\rangle=\langle2,1,1\rangle;$

$\langle u_{21},u_{22},u_{23}\rangle=\langle1,0,0\rangle;\langle m_{21},m_{22},m_{23}\rangle=\langle2,2,1\rangle;$

$\langle u_{31},u_{32},u_{33}\rangle=\langle1,1,0\rangle;\langle m_{31},m_{32},m_{33}\rangle=\langle2,4,1\rangle;$

$\langle u_{41},u_{42},u_{43}\rangle=\langle0,0,0\rangle;\langle m_{41},m_{42},m_{43}\rangle=\langle1,1,4\rangle;$

$\langle u_{51},u_{52},u_{53}\rangle=\langle1,0,1\rangle;\langle m_{51},m_{52},m_{53}\rangle=\langle2,1,4\rangle;$

$\langle u_{61},u_{62},u_{63}\rangle=\langle1,1,3\rangle;\langle m_{61},m_{62},m_{63}\rangle=\langle2,2,4\rangle;$

$\langle u_{71},u_{72},u_{73}\rangle=\langle1,3,2\rangle;\langle m_{71},m_{72},m_{73}\rangle=\langle2,4,4\rangle;$

$\{\langle u_{i1},u_{i2},u_{i3}\rangle(\langle m_{i1},m_{i2},m_{i3}\rangle)\}_{i=1}^{7}$

为一个3元的 CS,这时,$k=7,n=3,m_4=4,m_5=4,m_6=4,m_7=4,\varphi(\min\{4,4,4,4\})=2$,显然不等式也成立。

(下转第68页)

要较强的毅力。学生们完成写作任务后,教师应注重作文的批改。点评作文时,不能批得体无完肤,而应找出文中的闪光点,多加鼓励,通过讲评,使学生从中吸取经验,指导以后的写作。

3 结语

在英语学习中,听与说、读与写这两对"输入"与"输出",各自都有自身的特点,但同时又相互依赖、相互联系,双方应达成一种平衡。正如许多专家和学者的看法一样,教学法原则必须做到如下几点[3]:(1)人们掌握外语作为交际工具的过程,是一个反复实践的过程,因此必须遵循实践性原则。只有反复练习,才会有所成效。(2)以学生为中心,教师为主导,最大限度地调动学生学习的自觉性、积极性和创造性,进行有意义的学习,引导他们去应用和发展认识能力。(3)学习外语的最终目的是用外语进行交际(或交流)。因此,交际能力的培养是外语教学的唯一目标。这些教学原则实际上明确了一个根本问题,即英语学习重在实践,全面发展。

参考文献:

[1] 周洁.应用"平衡活动法",改革课堂教学[J].大连外国语学院学报,1998,(1):32.
[2] 华惠芳.阅读理解中的知识提取和信息加工[J].大连外国语学院学报,2001,(3):45.
[3] 李绍迭.谈创立我国自己的外语教学法模式[J].大连外国语学院学报,1998,(1):27.

On the Balance between "Input" and "Output" in English Teaching and Studying

ZHOU Wei-wei
(Department of Foreign Languages of Yancheng Institute of Technology, Jiangsu Yancheng 224003, PRC)

Abstract: To keep the balance between "input" and "output" in the teaching and studying of English. Great attention should be paid to listening as well as to speaking. Emphasis on reading as well as on writing. Comprehensive abilities should be balanced. This paper also points out some teaching principle on "Functional English".

Keywords: Input; Output; Balance; Ability

(上接第 43 页)

参考文献:

[1] Swift J D. sets of covering congruences[J]. Bull Amer Math soc, 1954, 60:390.
[2] Guy R K. Unsolved problems in Number Theorey[J]. Spring Verlag, 1994:256.
[3] 张明志.覆盖同余系的一个注解[J].四川大学学报,1989,26:185~188.

The connection between orders and dimensions of n-Covering Systems

ZHOU Qi
(Department of Basic Course of Yancheng Institute of Technology, Jiangsu Yancheng 224003, PRC)

Abstract: The covering systems of congruences have been studied by many authors. The purpose of this paper is to study the systems of congruences with many dimensions. If $\{\langle\mu_{i1},\cdots,\mu_{in}\rangle(\langle m_{i1},\cdots,m_{in}\rangle)\}_{i=1}^{k}$ is a CS with n dimensions and $k\geqslant n$, then $k\geqslant n+\varphi(\min\{m_{m+1},\cdots,m_k\})$, where φ denotes Euler's function, m_i denotes the least common multiple of $m_{i1},\cdots,m_{in}$.

Keywords: covering systems with many dimensions; congruence; moduli