

不可识别粒子系统的统计热力学公式*

薛 浩

(盐城工学院 基础科学部, 江苏 盐城 224003)

摘 要:经典的玻尔兹曼统计分布律都以可识别的近独立粒子所组成的系统作为研究对象。

给出了遵循玻尔兹曼统计的不可识别粒子系统的统计热力学关系。

关键词:玻尔兹曼统计; 不可识别粒子系统; 热力学

中图分类号: G642

文献标识码: A

文章编号: 1008-5092(2001)04-0049-02

在大多数“热力学与统计物理学”教材中,经典的玻尔兹曼统计分布律都是以 N 个可以编号(即可以识别)的近独立粒子所组成的系统作为研究对象^[1-2]。这时,一个确定的宏观分布 $\{N_i\}$ 所对应的微观状态数目,即热力学几率 $W\{N_i\}$ 为

$$W\{N_i\} = \frac{N!}{\prod_i N_i!} \prod_i g_i^{N_i} \quad (1)$$

其中 N_i 为分布在能层 ϵ_i 中的粒子数, g_i 为能层的简并度。根据玻尔兹曼等几率的基本假设,最可几分布 $\{N_i^0\}$ 可以通过求 $W\{N_i\}$ 的最大值得到,这时第 i 能层中的粒子数由

$$N_i^0 = \frac{N}{Z} g_i e^{-\epsilon_i / kT} \quad (2)$$

给出,其中配分函数

$$Z = \sum_i g_i e^{-\epsilon_i / kT} \quad (3)$$

根据上述玻尔兹曼分布律,应用统计的方法可以得到以下一组热力学公式:

$$S = K \ln W\{N_i^0\} = NK \frac{\partial T \ln Z}{\partial T} \quad (4-1)$$

$$U = NKT^2 \frac{\partial \ln Z}{\partial T} \quad (4-2)$$

$$P = NKT \frac{\partial \ln Z}{\partial V} \quad (4-3)$$

$$F = -NKT \ln Z \quad (4-4)$$

上式即为人们所熟悉的玻尔兹曼统计中熵 S 、内能 U 、压强 P 、自由能 F 的热力学公式。

实际上,只有晶体中处于点阵上的粒子才认

为是可以识别的,而对于大多数液体和气体系统中粒子是不可识别的,对于不可识别粒子系统,同一种宏观分布,粒子的不同排列不产生新的微观态。这时与宏观分布 $\{N_i\}$ 所对应的微观态数目 $W'\{N_i\}$ 为

$$W'\{N_i\} = \frac{1}{\prod_i N_i!} \prod_i g_i^{N_i} \quad (5)$$

虽然不可识别粒子系统的热力学几率 $W'\{N_i\}$ 是可识别粒子系统热力学几率 $W\{N_i\}$ 的 $1/N!$,但这并不改变用拉格朗日不定乘法求最可几宏观分布的结果。因此,不可识别粒子系统的最可几分布仍然满足公式(2)。但是可识别粒子系统的热力学公式在这里不再全部适用。例如,将单原子分子理想气体的配分函数代入(4-1)式所得到的熵函数不再满足熵为广延量的要求,根据这样的熵函数公式计算同类气体混合前后的熵变,结果会出现吉布斯佯谬^[2]。因此对于不可识别粒子系统,热力学公式中的(4-1)和(4-4)式必须加以修正。

根据玻尔兹曼关系 $S = K \ln W$, 对于不可识别粒子系统有

$$S = K \ln W'\{N_i\} = K(\ln W\{N_i^0\} - \ln N!) = NK \frac{\partial T \ln Z}{\partial T} - K \ln N! \quad (6)$$

考虑到斯特令近似公式,当 $N \gg 1$ 时

$$\ln N! = N \ln N - N = N \ln \frac{N}{e}$$

$$S = NK \frac{\partial T \ln Z}{\partial T} + NK \ln \frac{e}{N} = NK \frac{\partial}{\partial T} [T \ln(\frac{e}{N} Z)] \quad (7)$$

相应的,自由能

$$F = U - TS = NKT^2 \frac{\ln Z}{\partial T} - TNK \frac{\partial}{\partial T} [T \ln(\frac{e}{N} Z)] = -NKT \ln(\frac{e}{N} Z) \quad (8)$$

故对不可识别粒子系统,由经典玻尔兹曼统计分布所得热力学公式组(4-1)~(4-4)应作如下

参考文献:

- [1] 马本堃.热力学与统计物理学[M].北京:人民教育出版社,1978.
[2] 汪志诚.热力学·统计物理[M].北京:高等教育出版社,1980.

修正:

$$S = K \ln W' \{N_i^0\} = NK \frac{\partial}{\partial T} [T \ln(\frac{e}{N} Z)] \quad (9-1)$$

$$U = NKT^2 \frac{\partial \ln Z}{\partial T} \quad (9-2)$$

$$P = NKT \frac{\partial \ln Z}{\partial V} \quad (9-3)$$

$$F = -NKT \ln(\frac{e}{N} Z) \quad (9-4)$$

Classical Thermodynamics Formula for Undistinguished Partical System

XUE Hao

(Department of Basic Science of Yancheng Institute of Technology, Jiangsu Yancheng 224003, PRC)

Abstract: The classical statistical thermodynamics regards as its object the distinguished and approximately independantly partical system. We give the classical statistical thermodynamics formula for the system which particals are undistinguished.

Keywords: Boltzmann statistics; Undistinguished partical system; Thermodynamics

(上接第 34 页)库的存储空间,加快了检索效率,并具有较理想的检索准确度。本系统不仅实现了面向工业设计教学用的图片管理的基本功能,其设计方法还可用于其它方面图片的管理。。该系

参考文献:

- [1] 郑若忠,宁洪.数据库原理[M].长沙:国防科技大学出版社,1998.
[2] 汤庸,彭重嘉,欧海翔.多媒体数据库与网络应用[M].北京:人民邮电出版社,2000.
[3] 白雪生,徐光佑, Jin J S.基于内容的图象检索及其相关技术的研究[J].机器人,1997,19(3):5.
[4] 杨敢新.工业设计基础[M].南京:南京理工大学出版社,1996.
[5] 张健沛.数据库原理及应用系统开发[M].北京:中国水利水电出版社,1994.
[6] 周颖. Visual Basic 6.0 实例精通[M].北京:清华大学出版社,2000.

统已用于面向工业设计教学中,明显提高了教师讲课的效率,增强了学生学习的兴趣,使学生能更好地掌握理论知识,效果是满意的。

Design on the Picture ManagementT System of the Industry-Design-Teaching

WU Jin¹, CHEN Bing-fa²

(1. Department of Mechanical Engineering of Yancheng Institute of Technology, Jiangsu Yancheng 224003, PRC; 2. College of Mechanical and Electrical, NUAA, Jiangsu Nanjing 210016, PRC)

Abstract: Accompanying the coming of the information society, people are touching more and more multimedia information. It has become the focus of researching to find a way to organize and retrieve those information effectively. That a method of describing picture based on the essential information by semantic representation is put forward in the system described in this thesis. The process achieved not only keywords retrieval, but also content-based and methods above combined retrieval.

Keywords: Picture database; Picture retrieval; content-based retrieval