

计算刚架影响线的通用算法与程序*

崔清洋 张 颖 朱 华

(盐城工学院 建筑工程系 江苏 盐城 224003)

摘 要 根据结构内力影响线定理提出了一个用程序计算刚架影响线的通用算法。编制了刚架结构影响线的计算程序,可以方便快速地计算刚架与连续梁等结构的弯矩影响线和剪力影响线,为工程结构的设计计算提供了方便。

关键词 影响线;算法;刚架;程序

中图分类号: TU328

文献标识码: A

文章编号: 1671-532X(2002)01-0001-04

在桥梁和高架路等结构设计中,往往需要计算结构在恒载与移动荷载共同作用下内力与变形的最大值,作为结构强度与刚度条件设计的依据,保证结构的安全可靠性。为了考虑移动荷载对结构内力和变形的影响,应首先作出结构的内力与变形的影响线。由此可确定结构的最不利荷载位置,从而求出内力与变形的最大值。对于静定梁结构的影响线,一般可用手算的方法完成,但对于刚架等超静定结构,运用传统手算方法,相当繁复,工作量太大^[1]。本文利用结构内力影响线定理,讨论了平面刚架影响线的计算原理及程序设计方法,并编制了专用的结构影响线计算程序。与一般大型结构分析程序比较,可以方便地计算刚架与连续梁等结构的弯矩影响线与剪力影响线。对考虑移动荷载作用的城市立交桥和高架路的受力分析具有方便、快捷、准确等特点。

1 影响线程序计算原理

为了进行刚架结构影响线的计算,我们先编制了刚架结构内力与变形分析程序。利用此程序可以计算刚架结构在各种常见荷载作用下的内力和变形。现以计算图 1 所示刚架截面 E 处的弯矩影响线说明计算原理和方法。

为了得到精确的结构影响线,我们利用基于功的互等定理的内力与变形影响线定理简称内力影响线定理,把求 E 处的内力影响线改换为求结

构的变形曲线,并作如下分析:根据内力影响线定理,对于图 1 所示刚架截面 E 处的弯矩影响线,可在原结构的 E 处解除转动约束,使之成为一个铰链。再在铰的两侧加上一对弯矩 M ,并使两侧截面的相对转角为单位值,这时,结构上各点相应于与外力 P 方向上的位移曲线便是需求的截面上的弯矩影响线(与单位荷载方向相反取为正)。

仅用普通结构分析程序,很难完成结构影响线的计算工作,方便的方法是采用迭加原理来计算^[2]。如图 2 所示结构的计算可分解为问题 1 和问题 2 的迭加。问题 1 解决的是把结构所有结点刚固化(图 3)。计算出由于 E 处这对弯矩(使 E 处截面两侧产生单位转角 $= 1$)在杆两端产生的支座反力和反力矩,并计算出此时杆件对应的位移曲线。这可以编一段子程序来计算,问题 2 是在图 1 所示的原结构上把由第 1 个解计算出的约束反力反向,作为结构的等效节点荷载作用到结构上。利用普通的结构分析程序计算此时结构的内力和变形。

将以上两个问题的变形迭加,便得到结构由于在截面 E 处产生单位相对转角时所产生的变形。但现在从程序中得到的只是结构各结点在整体坐标系中的结点位移,不是结构各杆件的变形曲线。要得到结构完整的影响线,还应对前面的程序进行适当的修改与补充。

在通常适用的影响线中,单位荷载是垂直于

* 收稿日期: 2001-07-04

作者简介: 崔清洋(1944-)男,山西长治市人,盐城工学院教授,主要研究方向为结构分析与结构工程。

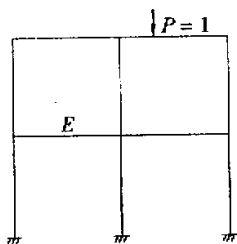


图 1 双层双跨刚架

Fig.1 Double-deck double span rigid frame

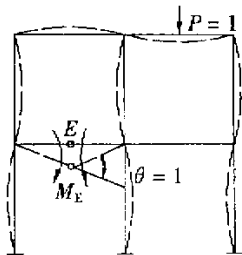


图 2 \$M_E\$ 影响线计算原理

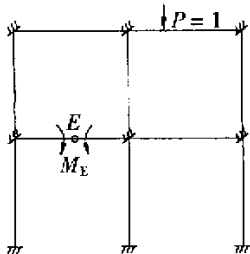
Fig.2 The calculation principle
influence line of \$M_E\$

图 3 将各结点刚固化

Fig.3 All nodes rigid fixing

杆轴的, 相应的位移曲线也应该是垂直于杆轴的横向位移曲线。应通过坐标变换式 \$\bar{d}^e = T d^e\$, 算出杆件局部坐标系 \$\bar{y}\$ 方向的位移。完整的影响线应是表示每根杆件上任意截面的位移曲线。刚架中每根杆件的位移曲线(除了荷载作用的杆件之外)是 1 根三次曲线。它可由杆端的边界条件完全决定。根据这 3 次曲线的代数表达式, 就可以编制子程序算出任意截面的影响线值。从而得到除截面 \$E\$ 所在杆件之外其它所有杆件的影响线曲线。对于截面 \$E\$ 所在的杆件的影响线, 则要在这样的三次曲线上迭加第 1 个解的位移曲线。

2 杆件位移曲线与影响线曲线的计算

2.1 无荷载作用杆件的位移曲线与影响线计算

以图 4 所示刚架为例, 推导其 \$AB\$ 杆的位移

曲线。已知各杆端位移与转角均由前面结构分析程序算出。当梁上无荷载作用时, 梁的挠度曲线可写成如下 3 次曲线。

$$\bar{\mu}(x) = a_0 x^3 + b_0 x^2 + c_0 x + d_0 \quad (1)$$

式中: \$a_0\$、\$b_0\$、\$c_0\$、\$d_0\$ 为由边界条件确定的位移参数。

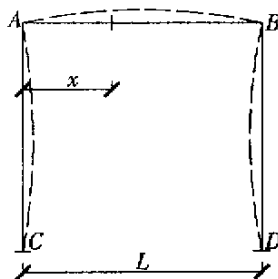


图 4 杆件位移曲线示意图

Fig.4 The sketch map of displacement
curve line of bar

将式(1)对 \$x\$ 微分一次, 得

$$\bar{\mu}'(x) = 3a_0 x^2 + 2b_0 x + c_0 \quad (2)$$

此杆件的边界条件为

$$\begin{aligned} \bar{\mu}(0) &= \bar{F}(2) & \bar{\mu}(l) &= \bar{F}(5) \\ \bar{\mu}'(0) &= \bar{F}(3) & \bar{\mu}'(l) &= \bar{F}(6) \end{aligned} \quad (3)$$

式中: \$\bar{F}(2)\$、\$\bar{F}(3)\$——分别为 \$AB\$ 杆 \$A\$ 端的竖向位移和转角;

\$\bar{F}(5)\$、\$\bar{F}(6)\$——分别为 \$AB\$ 杆 \$B\$ 端的竖向位移和转角。

将边界条件式(3)代入式(1)和式(2), 联解后可得此梁挠度曲线中的系数为:

$$\begin{aligned} a_0 &= [2\bar{F}(2) - 2\bar{F}(5) + \bar{F}(3)l \times l + \bar{F}(6) \times l] \\ b_0 &= \frac{1}{l^2} [3\bar{F}(5) - 3\bar{F}(2) - 2\bar{F}(3) - \bar{F}(6) \times l] \end{aligned} \quad (4)$$

$$c_0 = (3)$$

$$d_0 = (2)$$

这里, \$\bar{F}(2)\$、\$\bar{F}(3)\$、\$\bar{F}(5)\$、\$\bar{F}(6)\$ 均为计算中的结果, 可由程序中自动取出。

考虑到通常单位荷载 \$p=1\$ 的方向与局部坐标 \$\bar{y}\$ 的正方向相反, 从而可得到此杆件的影响线曲线为:

$$\bar{y}(x) = -(a_0 x^3 + b_0 x^2 + c_0 x + d_0) \quad (5)$$

当利用结构分析程序计算出刚架结构各杆端的位移后, 便可利用公式(5)计算除需求影响线截面所在杆件外的其它各杆件的影响线曲线。

2.2 需求截面内力影响线的所在杆件的位移曲线与影响线计算^[1]

此杆件的位移是由前述的等效结点荷载产生的位移与解除截面所求内力对应的约束后而产生的位移的合成。即上述两个解的迭加。下面分别讨论求弯矩影响线和剪力影响线时截面所在杆件位移曲线与影响线的计算。

2.2.1 求截面 E 的弯矩影响线时该截面所在杆件的位移曲线与影响线的计算

杆件如图 5(a) 所示, 在 E 处去除与弯矩 M_E 对应的约束, 换成一个铰。在铰的两侧加一对弯矩 M , 使截面两侧发生单位相对转角 $= 1$ 。

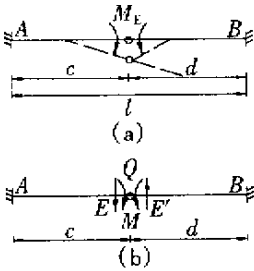


图 5 求 M_E 所在杆件的位移

Fig.5 Work out displacement of all bars that M_E applied

下面是计算此问题的内力和位移。先将 E 处的约束完全解除, 加上一对未知剪力 Q (如图 5(b) 所示)。此问题的广义载荷条件为 $\theta_E + \theta_{E'} = 1$, 变形协调条件为 $\delta_E = \delta_{E'}$ 。由此可建立关于弯矩 M 和剪力 Q 为未知量的方程如下:

$$\frac{Qc^2}{2EI} + \frac{Mc}{EI} - \frac{Qd^2}{2EI} + \frac{Md}{EI} = 1 \quad (6)$$

$$\frac{Qc^3}{3EI} + \frac{Mc^2}{2EI} = \frac{Qd^3}{3EI} - \frac{Md^2}{2EI}$$

式中 I 为截面惯性矩。

联解式(6), 可得剪力 Q 与弯矩 M 为

$$Q = \frac{6EI}{l^3}(d - c) \quad (7)$$

$$M = \frac{4EI}{l^3}(d^2 + c^2 + dc)$$

考虑 A_E 和 $E'B$ 杆的平衡, 便可进一步求出 AB 杆的支座反力 M_A 、 Q_A 和 M_B 、 Q_B 。将这些支座反力反向作用在原结构上, 便成为求解截面 E 弯矩 M_E 影响线的等效结点荷载。

利用结构力学中求位移的方法, 可求得此杆件在 Q 、 M 作用下的位移曲线。

$$AE \text{ 段: } \overline{\mu}_1(x) = \frac{d-c}{l^3}x^3 + \frac{c^2-cd+d^2}{l^3} \quad (8)$$

$$(0 \leq x \leq c)$$

$$EB \text{ 段: } \overline{\mu}_2(x) = \frac{d-c}{l^3}x^3 + \frac{c-2d}{l^2}x^2 + x - c$$

$$(c \leq x \leq l)$$

将式(8)与式(1)相加, 便得到求弯矩 M_E 影响线时 E 截面所在杆件的位移曲线。此杆件的弯矩 M_E 影响线曲线为

$$\overline{y}(x) = \left(-\frac{d-c}{l^3} - a_0\right)x^3 - \left(\frac{c^2-cd-2d^2}{l^3} + b_0\right)x^2 - c_0x - d_0 \quad (0 \leq x \leq c)$$

$$\overline{y}(x) = \left(-\frac{c-d}{l^3} - a_0\right)x^3 - \left(\frac{c-2d}{l^2} + b_0\right)x^2 - (l+c_0)x + c - d_0 \quad (c \leq x \leq l) \quad (9)$$

式中 a_0 、 b_0 、 c_0 、 d_0 由式(4)中给出。

综合考虑式(5)与式(9), 即为弯矩 M_E 的影响线曲线方程。

2.2.2 求剪力 Q_E 影响线时 E 截面所在杆件位移曲线与影响线曲线的计算

在求截面 E 的剪力 Q_E 影响线时, 将截面 E 与剪力 Q_E 相应的约束去除, 形成一滑动支承。在其加上一对剪力 Q , 使杆件在截面 E 处产生单位线位移 $\Delta = 1$ 。(如图 6(a) 所示)。

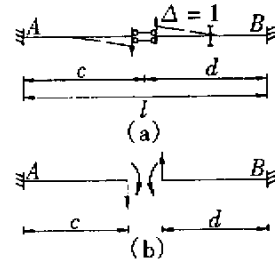


图 6 求 Q 所在杆件的位移

Fig.6 Work out displacement of all bars that Q applied

与前述问题相似, 计算此问题的内力与位移时, 先将 E 处的约束完全去除, 加上一对未知弯矩 M (如图 6(b))。此问题的广义载荷条件为 $\delta_E + \delta_{E'} = 1$, 变形协调条件为 $\theta_E = \theta_{E'}$ 。由此可建立截面 E 处关于剪力 Q 与弯矩 M 为未知量的方程:

$$\frac{Qc^3}{3EI} - \frac{Mc^2}{2EI} + \frac{Qd^3}{3EI} + \frac{Md^2}{2EI} = 1 \quad (10)$$

$$\frac{Qc^2}{2EI} - \frac{Mc}{EI} = \frac{Qd^2}{2EI} + \frac{Md}{EI}$$

联解式(10)可得截面 E 的剪力与弯矩为:

$$Q = \frac{12EI}{l^3} \quad (11)$$

$$M = \frac{6EI}{l^3}(c - d)$$

考虑杆件的平衡, 可算出杆件的支座反力与

求剪力 Q_E 影响线的等效结点荷载。利用结构力学求位移的方法,可得此杆件在 Q 、 M 作用下的位移曲线:

$$AE \text{ 段 } \overline{\mu}_1(x) = -\frac{2}{l^3}x^3 + \frac{3}{l^2}x^2 \quad (0 < x < c)$$
$$EB \text{ 段 } \overline{\mu}_1(x) = -\frac{2}{l^3}x^3 + \frac{3}{l^2}x^2 - l$$
$$(c < x < l) \quad (12)$$

将式(12)与式(1)相加,便得到求剪力 Q_E 影响线的 E 截面所在杆件的位移曲线。

此杆件的剪力 Q_E 影响线曲线为:

$$\overline{y}(x) = (\frac{2}{l^3} - a_0)x^3 - (\frac{3}{l^2} + b_0)x^2 - c_0x - d_0$$
$$(0 < x < c)$$
$$\overline{y}(x) = (\frac{2}{l^3} - a_0)x^3 + (\frac{3}{l^2} + b_0)x^2 - c_0x - d_0 + l$$
$$(c < x < l) \quad (13)$$

式中 a_0 、 b_0 、 c_0 、 d_0 由式(4)中给出。

综合考虑式(5)与式(13),即为剪力 Q_E 的影

响曲线方程^[4~5]。

3 计算实例

根据以上讨论的结构影响线的计算原理和算法,我们编制了刚架结构影响线的计算程序。此程序的解题步骤为:输入基本数据与单元信息及计算影响线的广义荷载信息→形成结点总荷载矩阵→形成结构整体刚度矩阵→引入边界条件修改整体刚度矩阵→解方程,求位移,求内力→计算各杆的影响线曲线。利用此程序可以快速得到刚架某截面的内力或变形的影响线时各杆的影响线曲线。下面以实例分析。

例 1:一两跨刚架如图 7(a)所示,已知各柱的截面积为 $A_1 = 0.1 \times 0.1 = 0.01 \text{ m}^2$,惯性矩 $I_1 = 8.33 \times 10^6 \text{ m}^4$,各梁的截面面积 $A_2 = 0.06 \times 0.1 = 0.006 \text{ m}^2$,惯性矩 $I_2 = 5 \times 10^6 \text{ m}^4$,材料的弹性模量 $E = 200 \times 10^6 \text{ kN/m}^2$ 。求图示 C 的弯矩 M_c 和剪力 Q_c 的影响线。

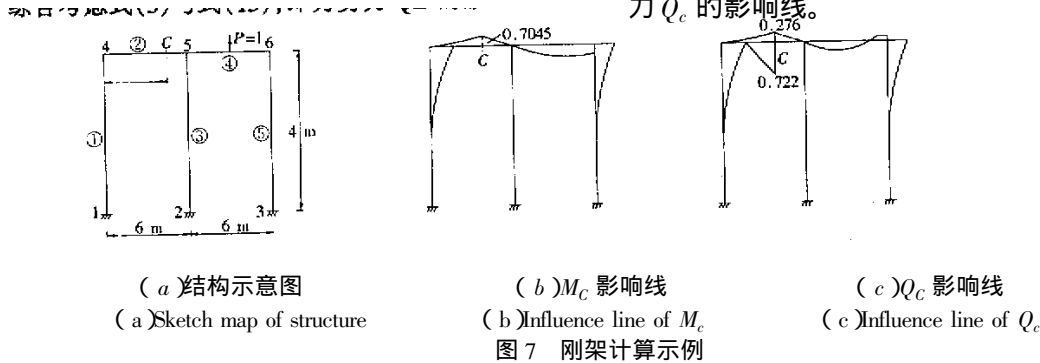


Fig.7 The example about the counting of rigid frame

将已知数据、单元信息和广义荷载输入数据文件中,上机运算。可得到各杆件相应的影响线曲线和杆件各截面的影响线值,图 7(b)为 M_c 影

响线曲线,图 7(c)为 Q_c 影响线曲线。各杆的弯矩 M_c 影响线曲线方程(单位 $\text{kN} \cdot \text{m}$)和剪力影响线方程(单位 kN)见表 1。

表 1 计算结果汇总表
Table 1 The summarizing schedule of calculated result

杆件	内力	曲线方程
1	\overline{Y}_{MC}	$\overline{Y}_{MC} = 2.548 \times 10^{-3}x^3 - 1.618 \times 10^{-2}x^2$
	\overline{Y}_{QC}	$\overline{Y}_{QC} = -2.043 \times 10^{-3}x^3 + 3.703 \times 10^{-4}x^2$
2	\overline{Y}_{MC}	$Y_{MC} = 5.461 \times 10^{-3}x^3 + 2.399 \times 10^{-2}x^2 - 7.164 \times 10^{-3}x - 6.553 \times 10^{-5}$ (4-c 段)
		$\overline{Y}_{MC} = 5.461 \times 10^{-3}x^3 + 2.399 \times 10^{-2}x^2 - 1.007x + 4.00$ (c-5 段)
	\overline{Y}_{QC}	$\overline{Y}_{QC} = 4.718 \times 10^{-3}x^3 - 0.04x^2 - 0.095x - 5.662 \times 10^{-5}$ (4-c 段)
		$\overline{Y}_{QC} = 4.781 \times 10^{-3}x^3 - 0.04x^2 - 9.508 \times 10^{-2}x + 0.9999$ (c-5 段)
3	\overline{Y}_{MC}	$\overline{Y}_{MC} = -5.095 \times 10^{-3}x^3 + 1.438 \times 10^{-2}x^2$
	\overline{Y}_{QC}	$\overline{Y}_{QC} = -3.746 \times 10^{-4}x^3 - 6.295 \times 10^{-3}x^3$
4	\overline{Y}_{MC}	$\overline{Y}_{MC} = -3.796 \times 10^{-3}x^3 + 4.436 \times 10^{-2}x^2 - 0.130x + 1.111 \times 10^{-4}$
	\overline{Y}_{QC}	$\overline{Y}_{QC} = -2.553 \times 10^{-3}x^3 + 2.671 \times 10^{-2}x^2 - 6.834 \times 10^{-2}x + 8.726 \times 10^{-5}$
5	\overline{Y}_{MC}	$\overline{Y}_{MC} = 2.547 \times 10^{-3}x^3 - 1.618 \times 10^{-2}x^2$
	\overline{Y}_{QC}	$\overline{Y}_{QC} = 2.471 \times 10^{-3}x^3 - 1.746 \times 10^{-2}x^2$

出时效性影响打入桩承载力的原因 ,结合实例 ,给出盐城市区的打入桩的合理测桩时间。通过分析成桩后不同时期相同桩的承载力数据 ,给

参考文献 :

[1] 史佩栋 ,高大钊 ,钱力航 .21 世纪高层建筑基础工程 [M].北京 :中国建筑工业出版社 ,2000.
[2] 李雄 ,刘金砺 .饱和软土中预制桩承载力时效性的研究 [J].岩土工程学报 ,1992 ,14 (4) 9 - 16.
[3] 郝子进 ,李飞 .苏北盐城地区软土地基及其处理方法 [A].施践勇 .岩土力学的理论与实践 [C].南京 :河海大学出版社 ,1998.

Analysing the Ultimate Bearing Capacity of Single Pile for Limitation of Time

LI Fei¹ ,CHENG Peng-huan¹ ,DONG Guo-lan¹ ,HAO Zi-jin²

(1. Department of Constroction Engineering of Yancheng Institute of Technology ,Jiangsu Yancheng 224003 ,China 2. Yancheng Institute of Construction Designing and researching , Jiangsu Yancheng 224002 ,China)

Abstract :At present , driven precast piles and piles of concrete cast in place with mud protecting holes ' walls are extensively used in Yancheng area. From pole ' s technology and conditions of soil , this paper will study influences of the cease time when two types of piles have been in place , on the ultimate bearing capacity of single pile for the saturated soft clay of Yancheng area. Moreover , how to determine the intermittent time of load test is also discussed.

Keywords :limitation of time ; saturated soft clay ; ultimate bearing capacity of single pile ; precast pile ; pile of concrete cast in place

(上接第 4 页)

为了验证本程序计算的可靠性 ,我们又根据影响线的的基本定义 ,将单位荷载 $P = 1$ 依次作用在刚架杆件的若干个截面上 ,调用普通程序计算了 C 截面的 M_c 和 Q_c 值。与本影响线程序计算的 M_c 和 Q_c 影响线进行了对比 ,其结果完全一致。

参考文献 :

[1] 龙驭球 ,包世华 .结构力学教程 [M].北京 :高等教育出版社 ,1989.
[2] 杨 康 ,李家宝 .结构力学 [M].北京 :高等教育出版社 ,1986.
[3] 钟万勰 .计算杆系结构力学 [M].北京 :水利电力出版社 ,1982.
[4] 崔清洋 .结构力学计算机程序与应用 [J].盐城工学院 ,2000 (3) :14 - 15.
[5] 崔清洋 .平面刚架影响线函数 [M].西安 :西北工业大学出版社 ,1994.

Calculation Method and Programme of Rigid Frame Influence Line Standard

CUI Qing-yang ,ZHANG Ying ,ZHU Hua

(Department of Constroction Engineering of Yancheng Institute of Technology ,Jiangsu Yancheng 224003 ,China)

Abstract :According to internal force influence line theorem author advance the standard calculation method of rigid frame influence line by using programme. Based on compile influence line , we can high - speed work out bending moment and shearing force influence line about rigid frame and continuous girder. All of these will embody convenient in engineering structure design.

Keywords :影响线 ; Calculation method ; Rigid frame ; Programme