平面度误差测量数据不确定度的计算*

孙爱东
(盐城工学院 机械工程系,江苏 盐城 224003)

摘 要:对用对角线法测量平面度误差时的测量点数据进行处理,求解直接用于平面度误差评定的数据——单点测量结果,根据《测量不确定度表示指南》(GUM),对单点测量结果进行不确定度计算,总结得出单点测量结果及其不确定度分别为测量读数值及其不确定度的线性函数。

关键词:平面度误差;测量;单点测量结果;不确定度
中图分类号:TH161.12 **文献标识码**:A **文章编号**:1671-5322(2002)03-0041-04

在工程实际中,平面度误差常采用对角线法进行测量,测量数据需要经过坐标换算才能用于平面度误差的评定。因此用于平面度误差评定的数据及其不确定度对最后结果的评定及不确定度估计有很大的影响。现定义能直接用于平面度误差评定而不需要再作任何数据处理的数据为单点测量结果。本文首先就对角线法测量平面度误差的测量数据进行处理,得到单点测量结果,然后根据《测量不确定度表示指南》(GUM),对单点测量结果进行不确定度计算。

1 对角线布点测量平面度误差单点测量结果计算

对角线法测量平面度误差时,其布点形式呈封闭的米字形状,其测量顺序如图1和图2所示。分别对应于矩形平面与圆形平面。

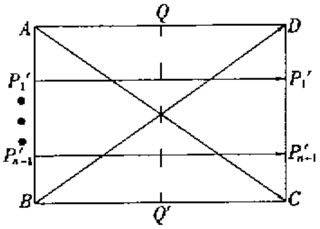

图1 矩形面对角线布点

Fig.1 Diagonal of rectangle-surface distributing-point

对于矩形平面,测量顺序为:$A-C$、$B-D$、$A-B$、$D-C$、$A-D$、P_1-P_1'…P_i-P_i'…$P_{n-1}-P_{n-1}'$、$B-C$;对圆形平面测量顺序与矩形平面相似。

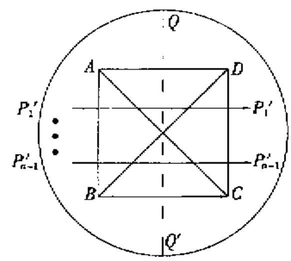

图2 圆形面对角线布点

Fig.2 Diagonal of rotundity-surface distrbuting-point

上述测量线的测量是分别独立测量的,读数值不在一个平面内,不能直接用于计算处理,为了将读数值转换到一个平面内进行计算,需要进行坐标转换,常用的方法有两种,一种按线变换,另一种是按面变换,下面以按线变换为例说明坐标变换的过程和方法,并由此计算单点测量结果。各测量线上测得点的示值按下式算出各点过渡坐标值 $Z_i'^2$:

$$Z_i' = Z_{i-1}' + a_i = \sum_{k=1}^{i} a_k \quad Z_0 = 0;(i=1,2,\cdots n) \tag{1}$$

$$Z_i' = Z_{i-1}' - 2\sum_{k=1}^{i-1} b_k = -2\sum_{k=1}^{i-1}(i-k)b_k$$
$$Z_0 = Z_1 = 0;(i=2,3,\cdots n) \tag{2}$$

* 收稿日期:2002-05-27
作者简介:孙爱东(1969-),男,江苏盐城市人,盐城工学院机械工程系助教。

$$Z_i' = Z_{i-1}' + \sum_{k=2}^{i-1} c_k = -2\sum_{k=1}^{i-1}(i-k)c_{k+1}$$

$$Z_0 = Z_1 = 0;(i = 2,3,\cdots n) \tag{3}$$

这里 a_i 为用水平仪法、自准直仪法的测量示值,b_i 为用表桥法获得的测量示值,c_i 为用跨步仪法获得的测量示值,n 为分段数。

按线转换是通过平移和旋转,使 AB 测量线的 A 点初始值与对角线 AC 的 A 点初始值相等,AB 测量线的 B 点末值与对角线 BD 的 B 点初始值相等,对角线 BD 的中点值与对角线 AC 的中点值相等,构成平行或通过 A、B 点和对角线交点 H 三点的一个平面,同时算出 AB,AC,BD 测量线上其余各点的坐标值 Z_{ij}''。计算步骤如下:

(1)坐标平移

通常在整个测量中我们可以先调整仪器使 A 点读数值为 0,即 AB、AC、AD 测量初始点的值相同。自然 AB 与 AC 测量线的 A 点初始值相等,仍然设 AD 测量线上的测量分段数为 m,AB 测量线上的分段数为 n,AC、BD、P_1P_1' 测量线上的分段数 m_1、m_2、m_3 可以与 m 或 n 相同,也可以不同,但必须保证 AC、BD 的中点重合,以便于处理。

为了使 AB 线的 B 点值与 BD 点的 B 点值相等,现对 BD 线上的坐标值进行平移,由式 1 计算(也可以由式 2、式 3 计算。视测量方法不同选用,这里以水平仪法为例),假定测量时测量初始点值均调至零,这时得平移量为

$$\Delta_B = Z_B'|_{BD} - Z_B'|_{AB} = -\sum_{k=0}^{n} a_k|_{AB}$$

于是 BD 测量线上的各点坐标变换为

$$Z_i'^{*}|_{BD} = \sum_{k=0}^{i} a_k|_{BD} - \Delta_B = \sum_{k=0}^{i} a_k|_{BD} + \sum_{k=0}^{n} a_k|_{AB} \tag{4}$$

(2)坐标旋转

为使 BD 的中点值与 AC 的中点 H 的值相等,现固定 AC,旋转 BD,旋转系数 K_B 按下面的方法计算:

坐标值旋转变换步骤:

①确定旋转轴 0 - 0 后按下式算出旋转系数 K_a 参见图 3。

$$K_a = \frac{|Z_a| + |Z_b|}{L_a + L_b} \tag{5}$$

式中:Z_a,Z_b——分别为 a、b 点变换前后的坐标差之绝对值;

L_a,L_b——分别为 a、b 点距转轴 0 - 0 的距离(也称为旋转半径)。

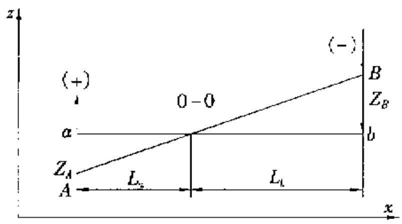

图 3 坐标旋转图

Fig.3 Graphics of rolling coordinate

②按下式求出各测量点的旋转量,升高者取正号,降低者取负号:

$$Q_k = \pm K_a \times L_k \tag{6}$$

式中:L_k——各旋转点至转轴的距离。

③按下式求出各点旋转后变换后的坐标值:

$$Z_{ij}' = Z_{ij} + Q_k \tag{7}$$

式中:Z_{ij}——各测点旋转变换前的坐标值。

现在旋转 BD 测量线,旋转中心为 B 点,为使 H 点与 AC 线上的点重合,旋转系数

$$K_B = \frac{Z_H'|_{AC} - Z_H'|_{BD}}{(1/2)L_{BD}} = \frac{\sum_{k=0}^{(m_1+1)/2} a_k|_{AC} - \sum_{k=0}^{(m_2+1)/2} a_k|_{BD}}{2L_{BD}} \tag{8}$$

于是 $Q_k|_{BD} = (K_B \times k \times L_{BD})/m_2, k = 0,1,\cdots m_2$ (9)

由式(4)、(8)、(9)代入式(7)计算得旋转后的 BD 线各点值。

$$Z_i''|_{BD} = \sum_{k=0}^{i} a_k|_{BD} + \sum_{k=0}^{n} a_k|_{AB} + \frac{i}{2m_2}\left(\sum_{k=0}^{(m_1+1)/2} a_k|_{AC} - \sum_{k=0}^{(m_1+1)/2} a_k|_{BD}\right)$$

$$i = 0,1,\cdots m_2 \tag{10}$$

这样就达到第二步的转换要求。AB、AC 测量线上的坐标值不用转换。

(3)通过平移和旋转,使 AD,BC,DC 测量线上的首末点与转换后的 AB,AC,BD 测量线上的相应首末点等值,同时算出 AD,BC,DC 测量线上其余各点的坐标值 Z_{ij}''。

依照前面的方法,以 A 点为中心旋转 AD 线,得到 AD 线旋转后的变换结果,这里不再详细给出具体的推导过程,只给出推导结果如下:

$$Z_i''|_{AD} = \sum_{k=0}^{i} a_k|_{AD} + \frac{i}{m}\left(Z_D''|_{BD} - \sum_{k=0}^{m} a_k|_{AD}\right)$$

$$i = 0,1,\cdots m \tag{11}$$

以 B 点为基准平移、旋转 BC 线,得到 BC 线的变换坐标公式为:

$$Z_i'^{*}|_{BC}=\sum_{k=0}^{i}a_k|_{BC}-\Delta_B=\sum_{k=0}^{i}a_k|_{BC}+\sum_{k=0}^{n}a_k|_{AB}$$

$$Z_i''|_{BC}=Z_i'|_{BC}+Z_i'|_{AB}+\frac{i}{m}(Z_D'^{*}|_{BC}-\sum_{k=0}^{m_1}a_k|_{AC})\quad i=0,1,\cdots m \tag{12}$$

再将测量线 DC 上点的坐标值以 D 点为基准进行平移和旋转,使首末点的坐标值与 AD 线的 D 点、及 AC 线的 C 点坐标值相等,变换公式如下:

$$Z_i''|_{DC}=\sum_{k=0}^{i}a_k|_{DC}+Z_m''|_{AD}+\frac{i}{n}(\sum_{k=0}^{m_1}a_k|_{AC}-\sum_{k=0}^{n}a_k|_{DC}-Z_m''|_{AD})\quad i=0,1,\cdots \tag{13}$$

至此,AB、AC、AD、BC、BD、DC 测量线上的坐标值均转换到一个平面内。

(4)再通过平移和旋转,使 P_iP_i' 测量线上的首末点与转换后的 AB、DC 测量线上的相应点等值,同时算出测量线 P_iP_i' 上其余各点的坐标值 Z_{ij}。

设 P_iP_i' 测量线上的测量点数为 n,变换的公式如下:

$$Z_{ij}''|_{DC}=\sum_{k=0}^{j}a_k|_{P_iP_i'}+\sum_{k=0}^{i}a_k|_{AB}+\frac{i}{n}(Z_i''|_{DC}-\sum_{k=0}^{n}a_k|_{P_iP_i'}-\sum_{k=0}^{i}a_k|_{AB})\quad i=0,1,\cdots n \tag{14}$$

这样被测平面上的所有测量线的坐标值都被转换到了一个平面内。这些坐标值乘以适当的格值系数(与水平仪的分度有关,可查说明书),即为单点测量值的计算结果。

2　单点测量结果不确定度计算

尽管单点测量结果的表达式比较繁琐,但仔细考察这些表达式,则可以发现,经坐标变换后计算出的单点测量结果仍为测量点读数值的线性函数,因此可用误差传递公式求解单点测量结果的不确定度。设测量点读数值彼此相互独立,并具有相同的不确定度。即 $u_{a00}=u_{a01}=\cdots=u_{aij}u_0$。

由于 AB、AC 线上的点的坐标值没有经过转换,则由直线度单点测量不确定度计算公式可推导出 AB、AC 测量线上的单点测量结果的不确定度为:

$$u_{0j}|_{AB}=\sqrt{j+1}\,u_0,j=0,1,\cdots n \tag{15}$$

$$u_{ij}|_{AC}=\sqrt{i+1}\,u_0,i=j=0,1,\cdots m_1 \tag{16}$$

对 AD 测量线,由公式(10)、(11)

$$Z_i''|_{AD}=\sum_{k=0}^{i}a_k|_{AD}+\frac{i}{m}[\sum_{k=0}^{m_2}a_k|_{BD}+\sum_{k=0}^{n}a_k|_{AB}+\frac{1}{2}(\sum_{k=0}^{(m_1+1)/2}a_k|_{AC}-\sum_{k=0}^{(m_2+1)/2}a_k|_{BD})-\sum_{k=0}^{m}a_k|_{AD}]=(1-\frac{i}{m})\sum_{k=0}^{i}a_k|_{AD}+\frac{i}{m}\sum_{k=i+1}^{m}a_k|_{AD}+\frac{i}{m}\sum_{k=0}^{n}a_k|_{AB}+\frac{i}{2m}\sum_{k=0}^{(m_1+1)/2}a_k|_{AC}+\frac{i}{2m}\sum_{k=0}^{(m_2+1)/2}a_k|_{BD}+\frac{i}{m}\sum_{k=(m_2+1)/2}^{m_2}a_k|_{BD}$$

于是由误差传递公式得

$$u_{i0}|_{AD}=[\frac{(m-i)^2(i+1)}{m^2}+\frac{i^2(m-i)}{m^2}+\frac{i^2n}{m^2}+\frac{i^2(m_1+3)}{8m^2}+\frac{i^2(m_2+3)}{8m^2}+\frac{i^2(m_2-1)}{2m^2}]^{1/2}u_0\quad i=0,1,\cdots,m \tag{17}$$

同理可以推导出 BD 测量线上:

$$u_{ij}|_{BD}=[\frac{(2m_2-1)^2(i+1)}{4m_2^2}+(n+1)+\frac{(m_1+3)i^2}{8m_2^2}+\frac{(m_2-1)i^2}{8m_2^2}]^{1/2}u_0\quad i=j=0,1,\cdots m_2 \tag{18}$$

BC 测量线上:

$$u_{in}|_{BC}=[\frac{(m-i)^2(i+1)}{m^2}+\frac{(m-i)^2(n+1)}{m^2}+\frac{i^2(m_1+1)}{m^2}+\frac{i^2(m-i)}{m^2}]^{1/2}u_0\quad i=0,1,\cdots m \tag{19}$$

DC 测量线上:

$$u_{mi}|_{DC}=\{\frac{(i+1)(n-1)^2}{n^2}+\frac{(n-i)i^2}{n^2}+\frac{(n+1)(n+i)^2}{n^2}+\frac{(n+i)^2(2m_2-i)^2(m_2+3)}{8m_2^2n^2}+\frac{(n+i)^2(m_2-1)}{2n^2}+\frac{[ni(n-i)+2m_2i]^2}{8m_2^2n^2}+\frac{i^2(m_1-1)}{2n^2}\}^{1/2}u_0\quad i=0,1,\cdots n \tag{20}$$

对 P_iP_i' 测量线上

$$u_{ij}|_{P_iP_i'}=\{\frac{(j+1)(n-i)^2}{n^2}+\frac{(n-j)i^2}{n^2}+[\frac{(n-i)^2}{mn^2}]^2(i+1)+\frac{(n-i)^2i^4(n-i)}{m^2n^4}+\frac{i^2(n-i)^2(i+1)}{n^4}+\frac{i^4(n-i)}{n^4}+$$

$$\frac{(n-i)^2(2m_2-i)^2i^4(m_2+3)}{8m^2m_2^2n^4}+$$
$$\frac{(n-i)^2i^4(m_2-1)}{2m^2n^4}+$$
$$\frac{[i^2(n-i)+2mm_2i]^2i^2(m_1+3)}{8m^2m_2^2n^4}+$$
$$\frac{i^4(m_1-1)}{2n^4}\}^{1/2}u_0$$
$$i=0,1,\cdots n\quad j=0,1,\cdots m \tag{21}$$

至此,对角线布点的所有测量单点数据的不确定度都已求出。为了便于后续的数据处理,可以将单点测量结果按平面的空间坐标位置重新排列。

3 总结

本文对对角线法测量平面度误差进行了分析,对单点测量结果不确定度进行公式推导计算。由推得的公式可以看出,单点测量结果及其不确定度分别为测量读值及其不确定度的线性函数。因此单点测量结果的不确定度可以很精确地进行估计。只要编制相应的计算机程序,就可以很快地计算得出。这为平面度误差评定结果的不确定度估计带来很大的方便。

参考文献:

[1] ISO 1995,Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement[S].
[2] GA 11337-89,平面度误差检测[S].

Uncertainty estimation of measurement data of departures from flatness

SUN Ai-dong
(Department of Mechanical Engineering of Yancheng Institute of Technology,Jiangsu Yancheng 224003,China)

Abstract:Measurement dada of departures from flatness is processed when the measurement points are diagonal distribution. Single-point measurement result which is directly used to evaluate the departures from flatness is calculated. According to the"Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement"(GUM), the uncertainty of Single point measurement result is also estimated. The formula deduced in this paper show that the result and its uncertainty are of single-point linear function of measurement reading data and its uncertainty.

Keywords:Departures from flatness; Measurement; Single-point measurement results; Uncertainty