Journal of Yancheng Institute of Technology (Natural Science)

Vol. 16 No. 1 Mar. 2003

# 准分子动力学

## 史友讲

#### (盐城工学院 基础科学部 江苏 盐城 224003)

摘 要:分子动力学计算机模拟是研究复杂凝聚态系统的有力工具,但存在着时间尺度和空 间尺度小的局限性。准分子动力学方法,有望成为研究凝聚态系统的跨尺度问题的有力工 具。对径受压圆盘的算例表明 准分子动力学方法在解决大尺度力学问题时是有效的。 关键词:准分子动力学;势函数;弹性波;跨尺度力学 中图分类号:0561 文献标识码 :A 文章编号:1671-5322(2003)01-0012-04

分子动力学计算机模拟是研究复杂凝聚态系 统的有力工具 已经被成功地用来研究材料性能 和制备等<sup>1]</sup>模拟的内容有晶格畸变<sup>2,3</sup>、晶粒生 长<sup>[4]</sup>、弹性模量<sup>[3]</sup>、拉(压)应力——应变关系<sup>[5]</sup>、 蠕变行为<sup>[6]</sup>、高温变形行为、扩散<sup>7]</sup>、沉积<sup>8]</sup>、烧 结<sup>9]</sup>、固结<sup>11]</sup>等。但是,由于受计算机功能的限 制,分子动力学一般只能模拟少量原子的系统和 纳/皮秒时间内的非平衡过程 因此存在着时间尺 度和空间尺度上的局限性。

我们基于质心运动定理、统计原理和分子建 模的思想 提出一种准分子动力学新方法 试图解 决分子动力学在时间尺度和空间尺度上的局限 性 使准分子动力学成为研究凝聚态非线性系统 跨尺度问题的有力工具。

准分子动力学 1

由 N 个微粒子(原子或分子)组成的系统,在 经典力学条件下,系统的动力学行为由牛顿运动 定律描述:

 $m_i \mathbf{r}_i = \mathbf{F}_i \quad (i = 1 \ 2 \ \dots \ N) \quad (1)$ 式中 $m_i$ 为第i个微粒子的质量, $r_i$ 为第i个微粒 子的位置矢量, $F_i$ 为第i个微粒子受到的合力。  $F_i$ 可由微粒子间的总相互作用势能  $U(r_1, r_2, \dots, r_n)$  $r_i$ ,..., $r_N$ )求得:

$$\boldsymbol{F}_i = - \nabla_i U(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2, \dots, \boldsymbol{r}_i, \dots, \boldsymbol{r}_N) \quad (2)$$

式中 $v_i$ 为对变量 $r_i$ 求梯度。微粒子间的总相互 作用势能  $U(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2,...,\mathbf{r}_N)$ 可以通过求解微粒子 的多体薛定谔方程得到,也可以采用经验势函数。 为了讨论问题方便 又不失一般性 本文采用简单 的 Lennard - Jones 型对势:

$$u(\mathbf{r}_{ij}) = 4\varepsilon \left[ \left( \frac{\sigma}{r_{ii}} \right)^2 - \left( \frac{\sigma}{r_{ij}} \right)^2 \right] \qquad (3)$$

式中 –  $\varepsilon$  是对势的最小值 这个值出现在  $r_{ii} = 2^{1/6}$  $\sigma$  处。 $\sigma$ 、 $\epsilon$  分别为特征距离、特征能量,通常被取 为分子动力学模拟中的长度标度单位、能量标度 单位。由(3)式可求得第 i 个与第 i 个微粒间的 相互作用力为

$$F_{\alpha} = 48 \left( \frac{\varepsilon}{\sigma^2} \, \bigvee \alpha_i - \alpha_j \, \bigvee \left( \frac{\sigma}{r_{ij}} \, \bigvee^4 - \left( \frac{\sigma}{r_{ij}} \, \bigvee \, \swarrow \, \alpha \right) \right) \left( \frac{\sigma}{\sigma} \right$$

由上式可得时间标度单位  $\tau$  为( $\frac{m\sigma^2}{48\epsilon}$ )<sup>1/2</sup>。氩原子 的时间标度单位约为 3 × 10<sup>-12</sup> s。在一定初始条 件下,对(1)式的求解常采用的方法有 Eluer 法、 Gear 法、Verlet 法和 Leap frog 法等。积分步长约为 10<sup>-14</sup> s,且其取值对模拟结果影响很大,必须谨慎 处理。受计算机内存和速度的限制,上述分子动 力学方法通常只能用来研究皮秒时间尺度上的动 力学问题。

为了拓展分子动力学的研究功能,我们提出 把若干微粒子组合成准分子,这样就可以调整准

<sup>\*</sup> 收稿日期 2002-11-25

作者简介之友进(1960-)男,江苏海安人,盐城工学院副教授,南京航空航天大学在读博士研究生。

分子的质量、特征距离和特征能量,从而可以调整 分子动力学模拟的时间标度单位,使得较长时间 尺度和较大空间尺度上的动力学问题可以用分子 动力学方法进行研究。

根据质心运动定理,准分子的质心运动方程 为

$$m_{i}^{\ddot{r}_{i}^{q}} = F_{i}^{q}$$
 (*i* = 1 2 ,..., *N*<sup>q</sup>) (5)  
式中  $F_{i}^{q}$  为作用于准分子的合外力:

$$F_{i}^{q} = \sum_{i=j^{q}}^{(j+1)^{q}-1} F_{i}$$
 (6)

2 准分子势

定义准分子势 U ( $r_1^q$ , $r_2^q$ ,..., $r_i^q$ ,..., $r_N^q$ )满 足

 $F_{i}^{q} = - \nabla_{j} U\left(r_{1}^{q}, r_{2}^{q}, \dots, r_{i}^{q}, \dots, r_{N_{q}}^{q}\right) (7)$ 据(6)式和(2)式 有

 $\nabla_{j} U^{q} (\mathbf{r}_{1}^{q} \mathbf{r}_{2}^{q} \mathbf{r}_{1} \mathbf{r}_{2}^{q} \mathbf{r}_{1} \mathbf{r}_{i}^{q} \mathbf{r}_{1} \mathbf{r}_{i}^{q} \mathbf{r}_{i}^{q}) = \sum_{i=j^{q}}^{(j+1)^{q}-1} \nabla_{i} U (\mathbf{r}_{1} \mathbf{r}_{2}, \dots, \mathbf{r}_{N})$ (8)

式中 $\nabla_i$ 为对变量 $r_i$ 求梯度,式中 $\nabla_j$ 为对变量 $r_i^q$ 求梯度。上式给出了由微粒子间的总相互作用势 能  $U(r_1, r_2, ..., r_i, ..., r_N)$ 求准分子总相互作用 势  $U(r_1^q, r_2^q, ..., r_i^q, ..., r_N^q)$ 的方程组,准分子总 相互作用势  $U(r_1^q, r_2^q, ..., r_N^q)$ 的方程组,准分子总 是准分子在系统内的外势能之和。

注意到 微粒子间的总相互作用势能  $U(r_1, r_2, ..., r_i, ..., r_N)$ 与准分子总相互作用势  $U(r_1, r_2, ..., r_i, ..., r_N)$ 与准分子总相互作用势  $U(r_1, r_2, r_2, ..., r_i^q, ..., r_N^q)$ 一般情况下不相等 ,这是由于 准分子具有内势能所致。定义准分子的总内势能  $U_{i}^{q}(\mathbf{r}_{1}^{q}, \mathbf{r}_{2}^{q}, ..., \mathbf{r}_{i}^{q}, ..., \mathbf{r}_{N}^{q})$ 为  $U_{i}^{q}(\mathbf{r}_{1}^{q}, \mathbf{r}_{2}^{q}, ..., \mathbf{r}_{i}^{q}, ..., \mathbf{r}_{N}^{q})$  (9)

准分子多体势的一般形式为

$$U_{j}^{q} = \frac{1}{2} \sum_{k} \phi(r_{jk}) + \sum_{l,m} F(r_{jl}, r_{jm}, r_{lm}) + \dots \dots$$
(10)

式中  $\phi(r_{jk})$ 为对势,  $F(r_{jl}, r_{jm}, r_{lm})$ 为三体势, ……。  $\phi(r_{jk})$   $F(r_{jl}, r_{jm}, r_{lm}$ 中有若干待定常数, 可由初始稳定条件、弹性常数等确定,参照文献 [11]

3 准分子动力学模拟

准分子动势于模拟必须考虑的几个关键性问

题主要是准分子势函数的选取和参数确定、模拟 尺度的标度、积分算法、边界条件的处理和多尺度 处理方法等。

根据分子力场理论,考虑原子间距和多体原 子键间角度两个硬自由度,在其参考平衡位处取 二次泰勒展开即可获得简单分子力场的势函数为

$$U_{j=}^{q} A \sum_{k} \frac{1}{2} \left( \frac{r_{jk} - r_{e}}{r_{e}} \right)^{2} + B \sum_{l,m} \left( \frac{r_{lm}^{2} - r_{jl}^{2} - r_{jm}^{2}}{2r_{jl}r_{jm}} \right)$$
(11)

式中 *A*、*B* 为待定常数。在实际分子力学中,*r*<sub>e</sub> 为 分子平衡间距;用于准分子系统,*r*<sub>e</sub> 则为相邻两 个准分子的间距,其值视所研究问题适当选取。 求和对最邻近准分子进行。对具有立方对称结构 的 Al,不为零的弹性常数 *C*<sub>11</sub>、*C*<sub>12</sub>、*C*<sub>44</sub>分别为 106.78 GPa、60.74 GPa、28.21 GPa。 按参照文献 [11]方法得到 *A*、*B* 分别为 45.79 GPa、7.60 GPa。

### 设准分子运动方程为

$$\frac{d^2 \boldsymbol{r}_j}{dt^2} = -\frac{\gamma}{m} \boldsymbol{v}_j + \frac{1}{m} \sum_{i < j} \boldsymbol{F}_{ij} \qquad (12)$$

式中 y 为阻尼系数。采用二步法,可得积分递推 公式,从而可进行准分子动力学模拟。

### 4 对径受压圆盘的研究示例

对径受压圆盘可以作为一个标准模型,取势 函数(15)为例演示准分子动力学模拟。

设 Al 圆盘直径为 50 mm ,厚 0.5 mm ,受 3× 10<sup>4</sup> N 的对径压力。将圆盘离散化为 7525 个准分 子 ,那么 ,准分子动力学模拟的长度标度单位为 0.51 mm ,时间标度单位为  $2 \times 10^{-7}$  s。模拟选取 的阻尼系数为 0.15 ,积分时间步长为 0.05 $\tau$  ,自 t= 0 时开始加恒载 ,模拟准分子势能随时间的变 化。压载荷分别施加在最上部和最下部的两个准 分子上。模拟结果如图 1(a)-(d)所示 ,图中右 边灰度色条采用能量标度单位标度 ,单位为45.79 GPa。

模拟结果表明,对径受压圆盘自 t = 0 时开始 加恒载后,弹性波自加载处传出,在圆盘内作衰减 传播,最终达到平衡。由图 1(a)可见,当  $t = 5\tau$ 时,弹性波自加载处传出,其前端已经分离出一个 波峰。图 1(b)和图 1(c)显示,当  $t = 10\tau$ 和  $t = 15\tau$ 时,前端已经分离出三个清晰的波峰,并向前 传播,后面继续分离出的波峰已经相对较弱,不能 清晰分辨。图 1(d)为  $t = 20\tau$ 时前端三个波峰相 遇并干涉图样。这说明,运用准分子动力学方法



. 5

0.5

-0.5

100

×10<sup>°</sup>



(c)t=15r时的对径受压圆盘的瞬态能量分布





Fig.1 Propagation and interference of elastics wave in a disc subject to a pair opposite compnessed loading

能够方便地演示对径受压圆盘受压后应变能在盘 中传播、干涉的动态过程,并获得系统的静力平衡 的能量、应力及应变分布。

讨论与结论 5

(1)准分子动力学方法基于质心运动定理、统 计原理和分子建模的思想 理论推导简明 物理概 念清晰。

(2) 对径受压圆盘的研究示例表明 准分子动 力学方法运用于研究大尺度动力学问题和静力学 问题都是有效的。比较而言,准分子动力学方法 用于研究大尺度动力学问题效率较高,用于研究 大尺度静力学问题需要适当选择阻尼系数。

(3) 准分子动力学方法既可以运用于研究线 性问题,又可以运用于研究非线性问题。研究的 关键是准分子势函数的确定。准分子势函数的确 定可参考分子动力学势函数,如 Lennard—Jones 势、Morse 势、Brenner 势、嵌入原子势等。

(4) 准分子动力学方法既可以运用于研究单 一尺度的力学问题,又可以运用于研究多尺度的 力学问题。多尺度力学问题的准分子动力学模拟 方案有多种:一是局部细化,通过边界适当连接, 这种方案不涉及异种准分子间的相互作用势 ;二 是局部细化 不确定边界 直接用异种准分子间的 相互作用势实现无缝连接 ;三是借鉴无网格有限 元方法 建立全局可变尺度的准分子动力学方法。

#### 参考文献:

[1] 文玉华,周富信,刘曰武.纳米材料的研究进展 J].力学进展,2001,31(1):47-61.

- [2] Thomas G J, Siegel R W, Eastman J A. Grain boundary in nanophase palladium high resolution electron microscope and image simulation J]. Scripta Metallurgica et materiallia ,1990 24 201 - 206.
- [3]常明 杨保和,常皓.纳米微观畸变与弹性模量的模拟研究[J].物理学报,1999 48(7):1215-1222.
- [4] Phillpor 客存熟時 D, Gleiter H. Molecular dynamics of the synthesis and characterization of a fully dense, three dimensionally

nanocrystalline materials J]. Journal of applied physics, 1995, 78(2) 847 – 861.

- [5] Schiotz J, Tolla F D, Jacobsen W. Softening of nanocrystalline metals at vary small grain size J]. Nature, 1998 391 561 563.
- [6] Swygenhoven H V, Caro A. Molecular dynamics computer simulation of nanophase Ni : structure and mechanical properties J]. Nanostructured materials ,1997 9 '669 – 672.
- [7] Faux D A. Molecular dynamics studies of sodium diffusion in hydrated Na Zeolite 4A[J]. Journal of Physics Chemistry B, 1998,102:10658 – 10662.
- [8] Kelchner C L, Deprsto A E. Molecular dynamics simulation of low energy cluster deposition during diffusionlimited thin growth J. Nanostuctured Materials, 1997 & 3) 253 – 268.
- [9] Zang P, Zajac S, Clapp P C, Rifkin J A. Nanoparticale sintering simulation [J]. Materials Science and Engineering A ,1998 252 : 301 306.
- [10] Chen C Y, Ding J Q. Molecular dynamics studies on dislocation in crystallites of nanocrystalline α iror[J]. Nanostructured Materials, 1998, 10(2) 205 – 215.
- [11] Heermann D W. Computer Simulation Methods in Theoretical Physics M]. Berlin : Springer Verlab ,1990.

# **Quasi – molecular Dynamics**

#### SHI You-jin

( Department of Basic Science of Yancheng Institute of Technology Jiangsu Yancheng 224003 , China )

Abstract : A new multi – scales quasi – molecular dynamics method is proposed. The method is based on molecular potential functions and time – space – scale corelation. A declining elastic wave propagation in a disc subjected to a pair opposite concentrate compressive loading symmetrically is simulated with the method. The method is a powerful tool to solve macro – scale dynamic problems and convenient to transform from micro – scales to macro – scales.

Keywords :quasi - molecular dynamics ; potential function ; stress wave ; multi - scales mechanics

(上接第3页)

[4]陈春生.用 Navier – Stokes 运动方程求解环形流道中的变质量流动[J].化学工程,1985(2).7-12.
[5] Acrivos A, Baleock B D, Pigford R L. Flow Distribution in Manifolds[J]. Chem. Eng. Sci., 1959, 10:112.
[6] 陈敏恒 丛德兹,方图南.化工原理(上]M].北京:化学工业出版社,1984.
[7] 吕志敏 李春忠 涨曙明.环形分布器气体的流动及气流均和[J].化学工程,2001(2):26-30.

# Approximate Theoretic Analysis of the Gas Pressure Distribution in a Circle Distributor <sup>+</sup>

LU Zhi-min<sup>1</sup> ,LI Chun-zhong<sup>2</sup> ,CONG De-zi<sup>2</sup>

(1. Department of Building Material Engineering of Yancheng Institute of Technology Jiangsu Yancheng 224003 , China ; 2. East China University of Science and Technology Shanghai 200237 , China )

Abstract An approximate theoretic analysis on the pressure distribution of a mass variable flow in a circle distributor was made on the basis of its experiment study. According to the principle of momentum balance, A mathematic model for predicting the pressure distribution of the mass variable flow in the circle distributor was set up, and the model parameters was fitted by experiment data. The predicted value of the model was consistent with that measured by experiment.

Keywords circle distributor ; mass variable flow ; pressure distribution