

混凝土单向受力构件抗弯刚度挠度计算*

成红山

(盐城市经济适用住房发展中心,江苏 盐城 224001)

摘要:研究了超长连续混凝土结构由于温度、收缩以及预应力产生的截面净拉力对单向受力构件弹性抗弯刚度的影响,推导了挠度计算的精确公式,给出了近似计算公式。

关键词:混凝土;弹性抗弯刚度;挠度

中图分类号:TU528.571 **文献标识码:**A **文章编号:**1671-5322(2003)04-0064-03

预应力配筋对预应力混凝土结构挠度的影响一般可以从两个方面来考虑:第一,由于预应力等效荷载的作用使结构产生反拱,从而减小一部分挠度;第二,预应力作用使截面拉应力减小,提高结构抗裂性,减小裂缝宽度和深度,从而使混凝土截面有效受力面积比不配预应力筋时大,提高截面刚度。另外,在多跨连续结构中,由于竖向结构的约束作用,断面预压力和预应力筋拉力存在一定的差异,这一差异将提高结构的刚度。超长结构温度和混凝土收缩将产生较大的拉应力,这一拉应力也会提高结构弹性受力阶段的刚度。本文将考虑截面净拉力对单向受弯构件弹性刚度的影响。

1 超长混凝土结构拉力的产生

目前,越来越多的建筑结构连续长度已突破规范的要求,超长连续结构的最大问题就是负温差和混凝土收缩使混凝土结构产生较大的拉应力,给混凝土的裂缝控制带来困难,混凝土收缩的影响可以通过在施工阶段划分后浇带部分解决^[1],如在混凝土浇注后3个月封闭后浇带,混凝土约有30%收缩已经发生,结构出地面层和屋顶还存在较大的温度内力,综合温度及混凝土后期收缩并考虑徐变影响,将在结构中间数跨产生2~4 MPa的拉应力^[2]。为了防止混凝土产生贯穿性裂缝,往往在板内配置一定量的预应力筋,在混凝土内产生压应力抵消温度、收缩产生的拉应力,

由于竖向构件(柱子、墙)的约束作用,混凝土中预应力产生的预压力比预应力筋中的拉力要小些,中间跨混凝土中的预压力约为预应力筋拉力的70%~90%,这样,在混凝土梁、板中将产生净拉力,折合截面应为约0.5~1.0 MPa,与温度收缩应力相叠加,混凝土梁、板中的净拉应力约2.5~5.0 MPa(将预应力筋拉力平均到截面上),这一拉力将影响混凝土梁、板的抗弯刚度。下面以两端简支和两端固定单向板为例,分析断面拉力对其刚度的影响。

2 挠度曲线的精确解

图1所示单向板受轴向力 F ,垂直匀布荷载 q ,跨度为 L ,弹性模量为 E ,下面分简支和固端分析:

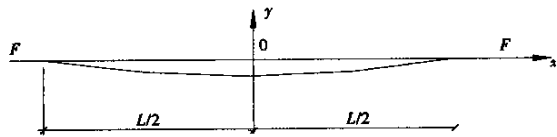


图1 单向板示意图

Fig.1 Load of the member

2.1 两端简支

构件上任一点的弯矩 M 和曲率 y'' 为:

$$M = \frac{1}{8} qL^2 - \frac{1}{2} qx^2 + F \cdot y$$

$$y'' = \frac{M}{EI}$$

* 收稿日期:2003-09-04

作者简介:成红山(1970-),男,江苏阜宁县人,盐城市经济适用住房发展中心工程师。

得微分方程:

$$y'' - \frac{F}{EI} \cdot y = \frac{1}{EI} \left(\frac{1}{8} qL^2 - \frac{1}{2} qx^2 \right) \quad (1)$$

令 $k^2 = \frac{F}{EI}$, 得方程(1)齐次项通解:

$$y = c(e^{kx} + e^{-kx}) \quad (2)$$

方程(1)特解为:

$$y' = \frac{x^2}{2F} \cdot q + \frac{EI}{F^2} \cdot q - \frac{L^2}{8F} \cdot q \quad (3)$$

得微分方程(1)的解:

$$y = c(e^{kx} + e^{-kx}) + \frac{x^2}{2F} \cdot q + \frac{EI}{F^2} \cdot q - \frac{L^2}{8F} \cdot q \quad (4)$$

代入边界条件: $x = \pm L/2, y = 0$ 得系数 c :

$$c = \frac{EI}{(e^{\frac{kL}{2}} + e^{-\frac{kL}{2}}) F^2} \cdot q$$

因此,方程(1)的解为:

$$y = - \frac{EI \cdot q}{(e^{\frac{kL}{2}} + e^{-\frac{kL}{2}}) F^2} (e^{kx} + e^{-kx}) + \frac{x^2}{2F} \cdot q + \frac{EI}{F^2} \cdot q - \frac{L^2}{8F} \cdot q \quad (5)$$

$x = 0$ 得跨中最大挠度:

$$f = \frac{2EI \cdot q}{(e^{\frac{kL}{2}} + e^{-\frac{kL}{2}}) F^2} - \frac{EI}{F^2} \cdot q + \frac{L^2}{8F} \cdot q \quad (6)$$

2.2 两端固定

与两端简支一样,可以得到两端固定单向板挠度曲线:

$$y = \frac{qL}{2(e^{\frac{kL}{2}} - e^{-\frac{kL}{2}}) kF} \cdot (e^{kx} + e^{-kx}) + \frac{x^2}{2F} \cdot q - \frac{L^2}{8F} \cdot q + \frac{qL}{2(e^{\frac{kL}{2}} - e^{-\frac{kL}{2}}) kF} \cdot (e^{\frac{kL}{2}} + e^{-\frac{kL}{2}}) \quad (7)$$

$x = 0$ 得跨中最大挠度:

$$f = \frac{qL}{(e^{\frac{kL}{2}} - e^{-\frac{kL}{2}}) kF} + \frac{L^2}{8F} \cdot q - \frac{qL}{2(e^{\frac{kL}{2}} - e^{-\frac{kL}{2}}) kF} \cdot (e^{\frac{kL}{2}} + e^{-\frac{kL}{2}}) \quad (8)$$

3 挠度的近似解

上面介绍的挠度计算公式是根据弯矩和曲率关系进行推导的精确公式,但是,手算较为复杂,为了便于计算,现推导一近似计算公式,并与准确公式进行比较。

假设板为单向(相当于梁),挠度曲线近似为二次抛物线,跨中最大挠度为 f ,则板内拉力 F 产生的向上平衡荷载为:

$$q_p = \frac{8Ff}{L^2}$$

假设单向板两端简支,则

$$f = \frac{5(q - q_p)L^4}{384EI} = \frac{5L^4}{384EI} - \frac{40FL^2}{384EI} \cdot f,$$

得板的挠度为:

$$f = \frac{1}{1 + \frac{40FL^2}{384EI}} \cdot \frac{5L^4}{384EI} \quad (9)$$

假设单向板两端为固端,跨中挠度为:

$$f = \frac{1}{1 + \frac{8FL^2}{384EI}} \cdot \frac{L^4}{384EI} \quad (10)$$

则(9)和(10)分别为公式(6)和(8)的近似式。

4 计算实例

混凝土浇筑后3个月封后浇带,混凝土强度等级为C35,考虑混凝土徐变影响,计算得温度及混凝土后期收缩产生的混凝土拉应力为3.0 MPa,预应力配筋按3.0 MPa,混凝土中实际压应力为2.5 MPa,则板内约有3.5 MPa的净拉力,考虑混凝土徐变对结构长期刚度的影响, $E = 0.5 \times 0.85E_c = 0.5 \times 0.85 \times 3.15 \times 10^{10} = 1.34 \times 10^{10}$ (Pa),计算 $L = 8.0$ m 跨单向板:

$$I = I/12 \times 1.0 \times 0.2^3 = 6.6666 \times 10^{-4} (\text{m}^4)$$

$$F = 3.5 \times 1000 \times 200 = 7 \times 10^5 (\text{N})$$

$$EI = 1.34 \times 10^{10} \times 6.6666 \times 10^{-4} =$$

$$8.9332 \times 10^6 (\text{N} \cdot \text{m}^2)$$

$$k^2 = \frac{F}{EI} = \frac{7 \times 10^5}{1.34 \times 10^{10} \times 6.6666 \times 10^{-4}} =$$

$$0.78358 (\text{m}^{-2}),$$

$$k = 0.27993 (\text{m}^{-1})$$

(1)假设两端简支,代入公式(6)得:

$$f = \frac{2.89332 \times 10^6}{(e^{1.11972} + e^{-1.11972}) \times 49 \times 10^{10}} \cdot q - \frac{8.9332 \times 10^6}{49 \times 10^{10}} \cdot q + \frac{64}{8 \times 7 \times 10^5} \cdot q =$$

$$3.952 \times 10^{-6} q (\text{m})$$

代入公式(9)进行计算:

$$f = \frac{1}{1 + \frac{40 \times 7 \times 10^5 \times 64}{384 \times 8.9332 \times 10^6}} \times \frac{5 \times 8^4}{384 \times 8.9332 \times 10^6} \cdot q =$$

$$3.922 \times 10^{-6} q (\text{m})$$

两者相差不足1%,因此,可以近似公式(9)

进行拉力作用下挠度计算,如果不考虑轴向拉力,挠度为:

$$f = \frac{5 \times 8^4}{380 \times 8.9332 \times 10^6} \cdot q = 5.970 \times 10^{-6} q(\text{m}),$$

长期刚度增加:52.2%。

根据公式(9)可以得到刚度增量与截面净拉力之间的关系,可见,刚度增量截面净拉力之间存在近似线性关系。

(2)假设两端固定,代入公式(8)得:

$$f = \frac{8}{(e^{1.11972} - e^{-1.11972}) \times 0.27993 \times 7 \times 10^5} \cdot q - \frac{8 \times (e^{1.11972} + e^{-1.11972})}{(e^{1.11972} - e^{-1.11972}) \times 0.27993 \times 7 \times 10^5} \cdot q + \frac{64}{8 \times 7 \times 10^5} \cdot q = 1.0613 \times 10^{-6} q(\text{m})$$

代入公式(10)得:

$$f = \frac{1}{1 + \frac{8 \times 7 \times 10^5 \times 64}{384 \times 8.9332 \times 10^6}} \times \frac{8^4}{384 \times 8.9332 \times 10^6} \cdot q =$$

$$1.0811 \times 10^{-6} q(\text{m})$$

两者相差不足 1.8%,因此,可以用近似公式(10)进行净拉力作用下两端固定受弯构件挠度计算,如果不考虑轴向净拉力,挠度为:

$$f = \frac{8^4}{384 \times 8.9332 \times 10^6} \cdot q = 1.1940 \times 10^{-6} q(\text{m}),$$

长期刚度增加 10.5%。

5 结论

通过本文的分析可以得出,超长连续预应力混凝土结构中存在较大的净拉力。靠近中部拉应力达 2~5 Mpa;这一拉力将会改善结构弹性受力阶段的抗弯刚度,刚度提高值与构件两端的约束有关,约束越强,刚度提高相对越小,简支时最大,固端时最小;刚度提高值近似与 FL^2/EI 成正比;根据净拉力的不同、构件尺寸不同及约束不同,长期刚度提高约 3%~50%,对结构挠度控制是有利的。当混凝土开裂时,截面净拉力对结构刚度的影响会发生变化,有待进一步研究。

参考文献:

- [1] 王铁梦.工程结构裂缝控制[M].中国建筑工业出版社,1998.
- [2] 刘开国.超长框架结构的温度变形与温度应力[J].建筑结构,2000,(1):25-29.

How to Calculate Deflection and Resistance Stiffness of the Member

CHENG Hong-shan

(Yancheng Development Center of Economical and Applicable House, Jiangsu Yancheng 224001, China)

Abstract: In this paper, the factor that effects the resistance stiffness of the member by contraction caused by temperature and intensity by prestress is studied. Precise formula for calculating deflection of member is obtained, and approximately formula is presented.

Keywords: concrete; resistance stiffness; deflection