一类带干扰风险过程的有限时破产概率问题*

司建东[1],王成刚[2]

(1,盐城工学院 基础科学部,江苏 盐城 224003;2,江苏省盐城中学 江苏 盐城 224001)

摘 要:研究一类带干扰风险过程的有限时破产概率问题,获得了有限时破产概率的依赖时间的 Lundberg 不等式以及 Lundberg 指数和破产问题中时间的关键值。建立有限时破产概率与最终破产概率之间的联系,并通过 Lundberg 指数和破产发生时间的'关键值'对不同模型进行比较,同时给出不同参数下破产发生时间的'关键值'的数值分析。

关键词:有限时破产概率;依赖时间的 Lundberg 不等式;依赖时间 Lundberg 指数;风险过程;布朗运动;泊松过程

中图分类号:O21 **文献标识码**:A **文章编号**:1671-5322(2005)01-0009-05

1 模型和依赖时间的 Lundberg 不等式

带干扰经典风险过程为

$$R_t^0 = u + c_0 t - \sum_{k=1}^{N(t)} Z_k + \eta B_t = u + S_t^0 \tag{1.1}$$

其中 $u, c_0, \eta > 0$ 均为常数,u 表示保险公司的初始资金,c_0 表示保险公司的保费收入率,$N(t)$ 是一个参数为 $\alpha(\alpha > 0)$ 的 Poisson 过程,它表示 $(0, t]$ 内保险公司的理赔次数,$\{Z_k, k \geqslant 1\}$ 是一个独立同分布的随机变量序列,Z_k 表示第 k 次理赔额,B_t 是一维标准布朗运动,它表示保险公司的保费收入中未确定部分,R_t^0 表示保险公司在时刻 t 的盈余。在(1.1)中通常假定 $\{N(t)\}, Z_k, B_t$ 是相互独立的。

在过去的十年里,有许多文献对模型(1.1)进行了多方面的研究[1-4],得到了许多重要结果。本人曾经在 2002 年对风险过程(1.1)加以推广,讨论如下风险模型(1.2),得到一些关于(1.2)的最终破产概率的有意义的结果[5]。

$$R_t = u + cM_t - \sum_{k=1}^{N(t)} Z_k + \eta B_t = u + S_t \tag{1.2}$$

在(1.2)中,M_t 是一个参数为 λ 的 Poisson 过程,它表示 $(0, t]$ 内保险公司收到的保单数,c 表示保单的平均保费额。其它符号的意义与(1.1)中相同,从实用的角度来看,有限时破产概率 $\Psi(u, t)$ 比最终破产概率 $\Psi(u)$ 更有意义,因为有限时破产概率中时间 t 关系到保险公司的保期的长短。在目前这篇文章中,将主要讨论风险模型(1.2)的有限时破产概率问题

对风险过程(1.2)本文仅考虑如下两种情形:

(Ⅰ) $\{M_T\}, \{N(t)\}, Z_k, B_t$ 相互独立

(Ⅱ) $\{N(t)\}, Z_k, B_t$ 相互独立,$N(t)$ 是 $\{M_t\}$ 的 p-稀疏过程,即 $N(t)$ 是强度为 $p\lambda$ 的 Poisson 过程。

对上述两种情形本文给出风险过程(1.2)破产概率的依赖时间的 Lundberg 不等式,依赖时间 Lundberg 指数和有限时破产概率与最终破产概率之间的关系,并通过破产问题中时间的'关键值"对模型(1.1)与(1.2)进行比较

对一给定的时间 t,记为 T_u 首次破产时间,风险过程(1.2)的有限时破产概率定义为:$\Psi(u, t) = p(T_u \leqslant t) = p\{u + S_s < 0, s \in (0, t]\}$。最终破产概率定义为。$\Psi(u) = p(T_u \leqslant +\infty)$。易验证对上述两种情形(Ⅰ)和(Ⅱ),由(1.2)所定义

* 收稿日期:2004-11-22
作者简介:司建东(1965-),男,江苏盐城人,盐城工学院基础部讲师,概率与数理统计专业硕士。

的风险过程具有平稳独立增量。对 $u\geqslant 0$ 本文始终假定 $E[R_t]>0$。从而有 $\Psi(u,t)<1$,记 $\{Z_k,k\geqslant 1\}$ 的共同分布函数为 $F(z)$,即 $F(z)=P(Z_k\leqslant z)$。令 $h(r)=\int_0^\infty e^{rz}dF(z)-1$,假定存在某个正数 r^* 使得当 $r\uparrow r^*$ 时 $h(r)\uparrow+\infty$,允许 $r^*=+\infty$[6]。

1.1 假设(Ⅰ)成立的情形

这时 $E[R_t]>0$ 蕴涵着 $c\lambda-\alpha\mu>0$。令

$$Q_1(r)=\lambda(e^{-rc}-1)+\alpha h(r)+\frac{\eta^2 r^2}{2} \tag{1.3}$$

引理 1 令 $0<r<r^*$,若假设(Ⅰ)成立,那么

$$E[\exp(-rS_t)]=\exp(tQ_1(r)) \tag{1.4}$$

定理 1 令 $M_u(t)=e^{-rQ_1(t)-rR_t}$,则 M_u 是 F_t-鞅,其中 $F_t=\sigma(R_s:s\leqslant t)$

记 $$R_1=\sup\{r:Q_1(r)\leqslant 0\} \tag{1.5}$$

引理 2 $0<R_t<r^*$

注 1:引理 1,引理 2 和定理 1 的证明见文献[5]。

记 $$f_y^1(r)=r-yQ_1(r) \tag{1.6}$$

$$R_y^1=\sup_{r\geqslant 0}\min(r,r-yQ_1(r))=\sup_{r\geqslant R_t}(r-yQ_1(r)) \tag{1.7}$$

$y_1^0=\dfrac{1}{\alpha h'(R_1)-e^{-R_tc}c+R_1\eta^2}$,由[8($p.137$)]中的讨论容易证明下式

$$R_y^1=\begin{cases}f_y^1(r_y), & y<y_1^0\\ R_1, & y=y_1^0\\ R_1, & y>y_1^0\end{cases}$$

其中 r_y 是 $\partial/\partial r(f_y^1(r))=0$ 的解。

定理 2 令 $u\geqslant 0$,假设(Ⅰ)成立,那么:

(1)依赖时间的 Lundberg 不等式成立

$$\Psi(u,t)\leqslant e^{-R_y^1u} \tag{1.8}$$

(2)下述 Lundberg 不等式成立

$$\Psi(u)\leqslant e^{-R_1u} \tag{1.9}$$

(3)破产概率 $\Psi(u)$ 满足下述解析式

$$\Psi(u)=\frac{e^{-R_1u}}{E(e^{-(u+S(T_u))R_1}\mid T_u<+\infty} \tag{1.10}$$

证明:(1)由定理 1,运用鞅停时理论,考虑有限停时,$t\wedge T_u=\min(t,T_u)$。因 F_0 是平凡的和 M_u 是正的,由可选停时定理

于是有

$$e^{-ru}=M_u(0)=E[M_u(t\wedge T_u)]=$$

$$E[M_u(t\wedge T_u)\mid T_u\leqslant t]P\{T_u\leqslant t\}+$$

$$E[M_u(t\wedge T_u)\mid T_u>t]P\{T_u>t\}\geqslant$$

$$E[M_u(t\wedge T_u)\mid T_u\leqslant t]P\{T_u\leqslant t\}=$$

$$E[M_u(T_u)\mid T_u\leqslant t]P\{T_u\leqslant t\}$$

于是我们有

$$\Psi(u,t)\leqslant e^{-ru}\sup_{0<s<t}e^{sQ_1(r)}=e^{-ru}\max(1,e^{tQ_1(r)})$$

令 $t=yu$,则

$$\Psi(u,t)\leqslant e^{-ru}\max(1,e^{tQ_1(r)})=$$

$$\max(e^{-ru},e^{-u(r-yQ_1(r))})=e^{-u\min(r,r-yQ_1(r))}$$

如上给出的是 R_y^1 我们获得的最好的指数,于是我们有依赖时间的 Lundberg 不等式 $\Psi(u,t)\leqslant e^{-R_y^1u}$,(2)和(3)的证明见[5]。证毕

系 1: $\Psi_1(u,yu)$,R_y^1 定义如上。由 Arfwedson[7] 我们有

$$\Psi(u,yu)\sim\begin{cases}\dfrac{C_y^1}{\sqrt{u}}e^{-R_y^1} & \text{当 } y<y_1^0\\ \dfrac{C}{2}e^{-R_1u} & \text{当 } y=y_1^0\\ Ce^{-R_1u} & \text{当 } y>y_1^0\end{cases}\quad \text{当 } u\to+\infty \tag{1.11}$$

其中 $C_y^1=-\dfrac{r_y-\tilde{r}_y}{r_y\tilde{r}_y\sqrt{2\pi yQ_1^n(r_y)}}$ $C=\lim u\to\infty\,\Psi_2(u)$ e^{R_1u} 是一常数,$\tilde{r}_y$ 是 $r-f_1(r)=r_y-R_y^1$ 的负解

系 2: 当 $u,t\to+\infty$,且 $\dfrac{t-Uy_1^0}{\sqrt{UV_1^0}}$ 有界时,在 $T_u<+\infty$ 条件下,有

$$\Psi_1(u,yu)\sim N\left(\frac{t-uy_1^0}{\sqrt{uv_1^0}}\right)e^{-R_1u} \tag{1.12}$$

$$V_1^0=\frac{Q_1^n(R_1)}{(Q_1{}'(R_1))^3},N(x)=\int_{-\infty}^x\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{z^2}{2}dz}$$

证明:仿 Cremer[8],segerdahl[9] 中的分析可得系 2.

注 2: 由(1.12)可以看出在 $\{T_u<\infty\}$ 条件下,T_u 服从均值为 uy_1^0,方差为 uv_1^0 的渐进正态分布,这意味着当 u 很大时破产发生(如果发生)大约以 0.95 的概率发生在以 uy_1^0 为中心的时间区间 $(uy_1^0-2\sqrt{uv_1^0},uy_1^0+2\sqrt{uv_1^0})$

下面我们讨论在给定的时间区间$(\underline{y}u,\bar{y}u)$的破产概率 $P[\underline{y}u<T_u<\bar{y}u\mid R_0=u]$

记 $R^1(\underline{y},\bar{y})=\sup\limits_{r\geqslant 0}\min\{r-\underline{y}Q_1(r),r-\bar{y}Q_1(r)\}$

我们有 $R^1(\underline{y},\bar{y})=\begin{cases}f_{\underline{y}}^1(r_{\underline{y}}), & y_1^0<\underline{y}\\ R_1, & \underline{y}\leqslant y_1^0\leqslant\bar{y}\\ f_{\bar{y}}^1(r_{\bar{y}}), & y_1^0>\bar{y}\end{cases}$

定理 3　对模型(1.2),假定存在 $r>R_1$,使 $Q_1(r)<+\infty$,则有限时破产概率满足下述不等式

$$P[\underline{y}u<T_u<\bar{y}u\mid R_0=u]\leqslant e^{-R^1(\underline{y},\bar{y})u}$$

证明：由定理 1,运用鞅停时理论,我们获得

$$e^{-ru}=E[R_0]=E[e^{-Q_1(T_u\wedge yu)}e^{-rR_{T_u\wedge yu}}]\geqslant$$
$$E[e^{-QT_u}\mid\underline{y}u<T_u<\overline{yu}]P[\underline{y}u<T_u<\bar{y}u]\geqslant$$
$$e^{-\max(Q_1\underline{y},Q_1\bar{y})u}P[\underline{y}u<T_u<\bar{y}u]$$

于是：$P[\underline{y}u<T_u<\bar{y}u]\leqslant e^{-\min(r-Q_1\underline{y},r-Q_1\bar{y})u}$,$R^1(\underline{y},\bar{y})$ 是我们能获得的最好的指数。证毕

系 3：对模型(1.2),假定存在 $r>R_1$,使 $Q_1(r)+\infty$,于是有 $\frac{T_u}{u}\xrightarrow{p}y_0^1$,当 $u\to+\infty$,这里 $\xrightarrow{p}$ 是指以概率收敛

证明：对 $\varepsilon>0$,$\min\{R(0,y_0-\varepsilon),R(0,y_0+\varepsilon)\}>R$,则

$$P\left[\left|\frac{T_u}{u}-y_0\right|>\varepsilon\mid T_u<+\infty\right]\leqslant$$
$$\frac{e^{-R_1(0,y_0-\varepsilon)u_1}+e^{-R_1(0,y_0+\varepsilon)u_1}}{P[T_u<+\infty]}=$$
$$\frac{e^{-(R_1(0,y_0-\varepsilon)-R_1)u_1}+e^{-(R_1(0,y_0+\varepsilon)-R_1)u_1}}{P[T_u<+\infty]e^{R_1u}}\to 0,$$

当 $u\to+\infty$ 证毕

1.2　假设(Ⅱ)成立的情形

为明确起见,我们记 $\{M_t\}$ 的 p－稀疏过程为 M_t^p,为了与情形(Ⅰ)相区别,相应于(Ⅱ)时的风险过程为

$$R_t^p=u+cM_t-\sum_{k=1}^{M_t^p}Z_k+\eta B_t=u+S_t^p \tag{1.13}$$

注 3：关于(1.13)中 p 的详细说明(见[5]),此时 $E[R_t]>0$,蕴涵着 $c\lambda-\lambda p\mu>0$。令

$$Q_2(r0=\lambda\{e^{-rc}[ph(r)+1]-1\}+\frac{\eta^2r^2}{2} \tag{1.14}$$

引理 3　令 $0<r<r^*$,假设(Ⅱ)成立,那么

$$E[\exp(-rS_t^p)]=\exp(tQ_2(r)) \tag{1.15}$$

定理 4：令 $M_u(t)=e^{-rQ_2(t)-rR_t^p}$,则 M_u 是 F_t－鞅,其中 $F_t=\sigma(R_s^p,s\leqslant t)$记

$$R_2=\sup\{r:Q_2(r)\leqslant 0\} \tag{1.16}$$

引理 4　$0<R_2<r^*$

注 4：引理 3,引理 4 和定理 4 的证明见[5]。

与情形(Ⅰ)类似地记,$f_y^2(r)=r-Q_2(r)$。

$$R_y^2=\sup_{r\geqslant 0}\min(r,r-yQ_2(r))=\sup_{r\geqslant R_2}(r-yQ_2(r)) \tag{1.17}$$

$$y_2^0=\frac{1}{\lambda pe^{-rc}h'(R_2)-\lambda e^{-rc}c(ph(R_2)+1)+R_2\eta^2}$$

$$R_y^2=\begin{cases}f_y^2(r_y), & y<y_2^0\\ R_2, & y=y_2^0\\ R_2, & y>y_2^0\end{cases}$$

其中 r_y 是 $\partial/\partial r(f_y^2(r_y))=0$ 的解,同时有下列结论：

定理 5　令 $u\geqslant 0$,假设(Ⅱ)成立,那么：

(1)　依赖时间的 Lundberg 不等式成立

$$\Psi_2(u,t)\leqslant e^{-R_y^2u} \tag{1.18}$$

(2)　下述 Lundberg 不等式成立：

$$\Psi_2(u)\leqslant e^{-R_2u} \tag{1.19}$$

(3)　最终破产概率满足下述解析式：

$$\Psi_2(u)=\frac{e^{-R_2u}}{E(e^{-(u-S(T_u))R_2}\mid T_u<+\infty} \tag{1.20}$$

证明：定理 5 的证明类似定理 2

对给定的时间区间$(\underline{y}u,\bar{y}u)$的破产概率 $P[\underline{y}u<T_u<\bar{y}u\mid R_0=u]$有下列不等式

定理 6　对模型(1.13)存在 $r>R_2$,使 $Q_2(r)<+\infty$,则 $P[\underline{y}u<T_u<\bar{y}u\mid R_0=u]$满足下述不等式

$$P[\underline{y}u<T_u<\bar{y}u\mid R_0=u]\leqslant e^{-R^2(\underline{y},\bar{y})u}$$

其中 $R^2(\underline{y},\bar{y})=\begin{cases}f_2(r_{\underline{y}}), & y_2^0<\underline{y}\\ R_2, & \underline{y}\leqslant y_2^0\leqslant\bar{y}\\ f_2(r_{\bar{y}}), & y_2^0>\bar{y}\end{cases}$

证明：类似于定理 3.

注 4：对情形(Ⅱ)有与情形(Ⅰ)中系 1,系 2,系 3 类似的结论,这里不再叙述。由(1.7)和(1.17)定义的 R_y^1,R_y^2 我们称为(1.2)和(1.13)的依赖时间 Lundberg 指数,由(1.5)和(1.16)定义的 R_1,R_2 我们称为风险过程(1.2)和(1.13)的 Lundberg 指数,我们称 y_1^0u,y_2^0u 分别为风险过程(1.

2),(1.13)的'关键时刻',$\Psi_1(u,yu)$,y_1^0,y_2^0 分别为风险过程(1.2),(1.13)的关键值,是因为对过程(1.2),当 $t>y_1^0u$,$\Psi_1(u,yu)\sim\Psi_1(u)$,当 $t<y_1^0u$,$\Psi_1(u,yu)\langle\langle\Psi_1(u)$;$\frac{T_u}{u}\xrightarrow{p}y_1^0$,当 $u\to+\infty$;这意味着对(1.2)来说,或者 $T_u=+\infty$ 即不会破产,或者 $T_u\approx uy_1^0$ 即破产,对系 2 我们的解释是保单的保期 $t>y_1^0u$ 时,$\Psi_1(u)$是非常需要关注的;当保单的保期 $t<y_1^0u$,$\Psi_1(u,t)$是更要关注的而且远小于 $\Psi_1(u)$,所以很自然的首选去调整保费而获得更大的收益,对过程(1.13)有类似的解释。

2 与带干扰的经典风险过程的比较

记 $$Q(r)=\alpha h(r)-c_0(r)+\frac{\eta^2r^2}{2}\qquad(2.1)$$

对(1.1)我们有 Lundberg 指数 R,关键值 y^0 如下:

$$R=\sup\{r,Q(r)\leqslant 0\}\qquad(2.2)$$

$$y^0=\frac{1}{\alpha h'(R)-c_0+R\eta^2}\qquad(2.3)$$

引理 5 $Q(r),Q_1(r),Q_2(r)$;R,R_1,R_2 定义如上,则有

$$R>R_1>R_2\qquad(2.4)$$

$$Q'(R)>Q'_1(R_1)>Q'_2(R_2)\qquad(2.5)$$

证明:(1)见[5],(2)的证明是直接和容易的。

定理 7 y_2^0,y_1^0,y^0 定义如上,则有

$$y^0<y_1^0<y_2^0\qquad(2,6)$$

证明:由引理 5 直接证明。

现在我们考察(1.13)中干扰项对关键值的影响,在(1.2)中令 $\eta=0$。于是有

$$R_t^1=u+cM_t-\sum_{k=1}^{M_t^p}Z_k$$

记 $Q_0(r)=\lambda\{e^{-rc_0}[ph(r)+1-1\}$,

$R^0=\sup\{r:Q_0(r)\leqslant 0\}$

则 $$y_0=\frac{1}{\lambda pe^{-rc_0}h'(R^0)-\lambda e^{-rc}c(ph(R^0)+1)}$$

定理 8 (1)$R_2<R^0$,(2)$y_0<y_2^0$

证明:(1)见[5],(2)由(1)和 $h'(r)$的单调性,直接比较 y_0,y_2^0 即得。

3 数值分析

假定万方数据 $1-e^{-vz}$,则

$$h(r)=\int_0^\infty e^{rz}dF(z)-1=\frac{r}{v-r}$$

$$y^0=\left(\alpha\frac{v}{(v-R)^2}-c_0+\eta^2R\right)^{-1}$$

$$y_1^0=\frac{1}{\alpha\frac{v}{(v-R_1)^2}-\lambda e^{-R_1c}c+R_1\eta^2}$$

$$y_2^0=\frac{1}{\lambda pe^{-R_2c}\frac{v}{(v-R_2)^2}-\lambda ce^{-R_2c}-\lambda ce^{-R_2c}ph(R_2)+R_2\eta^2}$$

表 1 模型(1.1)(1.2)的 Lundberg 指数值,'关键值表'
($p=0.0005,\alpha=0.01,\lambda=20,c=1,v=1/b,\eta=0$)

Table1 Lundberg exponent and critical value for the models(1.1),(1.2)

b	1900	1700	1500
R	$2.63224E-05$	$8.82574E-05$	$1.66708E-04$
R_1	$2.63158E-05$	$8.82353E-05$	$1.66667E-04$
R_2	$2.63092E-05$	$8.82132E-05$	$1.66625E-04$
y^0	0.949498	0.283166	0.149901
y_1^0	0.949524	0.283192	0.149924
y_2^0	0.951002	0.283667	0.1502

表 2 模型(1.1)(1.2)的 Lundberg 指数值,关键值表
($p=0.0005,\alpha=0.01,\lambda=20,c=1,v=1/b,\eta=1$)

Table2 Lundberg exponent and critical value for the models(1.1),(1.2)

b	1900	1700	1500
R	$2.63220E-05$	$8.82563E-05$	$1.660706E-04$
R_1	$2.63155E-05$	$8.82342E-05$	$1.66665E-04$
R_2	$2.63089E-05$	$8.82121E-05$	$1.66623E-05$
y^0	0.9495044	0.283175	0.149906
y_1^0	0.949525	0.283193	0.149925
y_2^0	0.960131	0.284475	0.150333

通过定理 7 我们看到模型(1.2)的 Lundberg 指数小于模型(1.1)的 Lundberg 指数,模型(1.2)的'关键值'大于模型(1.1)的'关键值',意味着模型(1.2)是比模型(1.1)更加安全的模型. 事实上,从表一可以看出 p-稀疏过程的'关键值'大于经典风险过程的'关键值',而从表二和表一的比较中可以看出带干扰风险过程的'关键值'大于不带干扰风险过程的'关键值',这意味着如果发生破产,模型(1.2)发生破产的时刻远于模型(1.1)发生破产的时刻,带干扰风险过程的发生破产的时刻远于不带干扰风险过程的发生破产的时刻。

参考文献：

[1] Dufresns F, Gerber H U. Risk theory for the compound Poisson process that is perturbed by diffusion[J]. mathematics and Economics, 1991, (10): 51 – 59.

[2] Furrer H J, Schmidli H. Exponential inequalities for ruin probabilities of risk process perturbed by diffusion[J]. mathematics and Economics, 1994, (15): 23 – 36.

[3] 孙立娟，顾岚. 保险公司赔付破产的随机模拟与分析[J]. 数理统计与管理，1999，18(4): 25 – 30.

[4] Wang G, Wu R. Some Distributions for Classical Risk Process that is Perturbed by Diffusion[J]. mathematics and Economics, 2000, (26): 15 – 24.

[5] Si Jiandong, Wangzhenyu, Wangguojing. Ruin Problem For a Class of risk Process Perturbed by Diffusion [J] Applied Mathematics. 2002, 17(4): 435 – 441.

[6] Grandell. J. Aspects of Risk Theory [M]. Spring – verlag, New york, 1991, 8 – 20.

[7] Arfwedson G. Research in collective risk theory. [M] AktuarTidsr Skand. 1955.

[8] Cramer H, Collective risk theory[M]. AktuarTidsr: Stockholm. 1955.

[9] Egerdahl C – O. When doesruin occur in the collective theory of risk [M]. AktuarTidskr Skand. 1955.

[10] Gerber, H. U. 数学风险论导引[M]. 成世学，严颖译. 北京：世界图书出版公司，1997.

Finite Time Ruin Probability for a Class of Risk Processes Perturbed by Diffusion

SI Jian – dong[1] Wang Cheng – gang[2]

(1. Department of Foundamental Sciences Teaching, Yancheng institue of technology, Jiangsu Yancheng 224003, China
2. Yancheng Middle School, Jiangsu Yangcheng, 224001, China)

Abstract: In this paper, the author addresses a class of risk processes perturbed by diffusion and ortains the "time – dependent" Lundberg inequality, the "time – dependent" Lundberg exponent for the finite time ruin probability and its relation with the probability of ruin within infinite time. He compares the size of the Lundberg exponents, critical value for different kinds of risk model and also analyzes the numerical illustration for the impact of the parameters on the ruin probability.

Keywords: finite time ruin probability; risk processes; time – dependent Lundberg inequality; time – dependent Lundberg exponent; Poisson processes, Brownian motion.

(上接第 8 页)

Implement of Constitutive Models of Rock – Soil Mass in Marc

SU Jing – bo[1], YIN Jian – bing[2], DONG Xing – ping[1]

(1. College of Civil Engineering, Hohai Univeresity, Jiangsu Nanjing 210098, China
2. China Harbor Engineering Company, Jiangsu Nanjing 210011, China)

Abstract: The reasonable constitutive relations of rock – soil mass is very important in the process of numerical simulation of underground engineering. The large software of Marc about finite element is secondly developed. The realization methods about Duncan – Chang nonlinear elastic model and Drucker – Prager elasto – plastic model are described. The engineering example shows that the methods are right and reasonable.

Keywords: constitutive model; Duncan – Chang model; Drucker – Prager model; Marc software