中立型时滞系统耗散性控制*

王岩青[1,2],辅小荣[1]
(1.南京航空航天大学 自动化学院,江苏 南京 210016;2.解放军理工大学 理学院,江苏 南京 211101)

摘 要:研究了一类中立型时滞系统的耗散控制问题,基于线性矩阵不等式(LMIs)方法导出了耗散控制器存在的充分条件。通过线性矩阵不等式的可行解构造出耗散状态反馈律,相应的闭环系统是严格耗散的。其特殊情形可以为控制和无源控制。

关键词:非线性不确定;时滞系统;耗散性
中图分类号:TP271 **文献标识码**:A **文章编号**:1671-5322(2005)02-0006-04

时滞系统的控制问题的研究目前正成为鲁棒控制领域的热点课题之一,这主要是由于系统中信号的传递和观测需要时间以及被控对象的元件老化等原因,使得各种实际的工程系统都存在时滞,例如化工过程的控制、长管道流量控制、飞行控制系统中的大迎角控制等,都存在滞后现象。有许多控制系统,不仅在状态中存在时滞,而且在状态导数中也存在时滞,这样的系统一般称中立型延迟系统,如文献[1~3]。

近年来线性时滞系统的耗散控制问题已有一些成果[4~6],但都没有考虑中立型时滞系统的情况,本文利用文献[4]给出的供给率,通过运用线性矩阵不等式-LMI 这一技术,给出了一类中立型时滞系统的耗散性控制器存在的充分条件,最后的结论是文献[4]和[5]的结论的推广,可以通过 MATLAB 软件中的 LMI 工具箱得到相应的控制律。

1 系统描述与预备知识

考虑如下的中立型时滞系统

$$\begin{cases}\dot{x}(t) = Ax(t) + A_h x(t-h) + A_d \dot{x}(t-d) + B_1 w(t) + B_2 u(t) \\ z(t) = Cx(t) + Dw(t)\end{cases} \tag{1}$$

其中 $x(t)\in R^n$,$u(t)\in R^m$,$w(t)\in R^p$,$z(t)\in R^q$,为系统的状态,控制输入,外部输入,测量输出。h 为状态滞后时间,d 为中立延迟时间。

与系统(1)相关联的二次能量函数为

$$E(w,z,T) = \langle z,Qz\rangle_T + 2\langle z,Sw\rangle_T + \langle w,Rw\rangle_T \tag{2}$$

其中 $\langle a,b\rangle_T = \int_0^T a^T b dt$,$a,b\in R^n$,$T\geqslant 0$;$Q,R$ 为给定对称阵;S 为给定的适当维数的矩阵。

定义 1 系统(1)在零初始条件下,如果对任意 $T\geqslant 0$ 和某 $a>0$ 满足下式:

$$E(w,z,T) \geqslant a(w,w)_T \tag{3}$$

则称系统(1)是严格(Q,S,R)耗散的。

注:上述严格(Q,S,R)耗散包括 H_∞ 和无源作为特例:

a) 当 $Q=-I,S=0,R=\gamma^2 I$ 时,则严格(Q,S,R)耗散降到 H_∞ 性能要求。

* 收稿日期:2005-03-25
作者简介:王岩青(1971-),男,山西晋中市人,解放军理工大学讲师,南京航空航天大学在读博士研究生。

b）当 $Q=0$，$S=I$，$R=0$ 时，则严格（Q，S，R）耗散降到严格无源问题。

2　严格耗散性控制器的设计

本节将提出中立型时滞系统能耗散控制的条件以及耗散控制器的设计方法。定理 1 对于给定的矩阵 Q，S 和 R，其中 Q 和 R 是对称的，考虑满足假设 1 的系统（1）。如果存在矩阵 $P>0$，$Q_1>0$ 和 $Q_2>0$ 使得如下 $LMIs$（4）、（5）、（6）成立（$*$ 处的矩阵可根据对称性求得），则中立型时滞系统（1）（$u(t)=0$）是严格（Q，S，R）耗散的。

$$M=\begin{bmatrix} PA+A^TP+Q_1+Q_2-C^TQC & PA+Q_1+Q_2-C^TQC & PA_h & 0 & PB_1-C^TQD-C^TS \\ * & Q_1+Q_2-C^TQC & 0 & 0 & -C^TQD-C^TS \\ * & * & -Q_1 & 0 & 0 \\ * & * & * & -Q_2 & 0 \\ * & * & * & * & \alpha I-D^TQD-D^TS-S^TD-R \end{bmatrix}<0 \tag{4}$$

$$Q_1+Q_2-C^TQC<0 \tag{5}$$

$$\alpha I-D^TQD-D^TS-S^TD-R<0 \tag{6}$$

证明：下面为了书写方便，记 $\xi=\xi(x_t)$，$x=x(t)$，$x_h=x(t-h)$，$x_d=x(t-d)$，$w=w(t-h)$，$z=z(t)$

取系统（1）的 Lyapunov 函数为

$$L(x_t)=\xi^T(x_t)P\xi(x_t)+\int_{t-h}^{t}x^T(\tau)Q_1x(\tau)\mathrm{d}\tau+\int_{t-d}^{t}x^T(\tau)Q_2x(\tau)\mathrm{d}\tau \tag{7}$$

其中 $\xi(xt)=x(t)-A_dx(t-d)$，$0<P\in R^{n\times n}$，$0<Q_1\in R^{n\times n}$，$0<Q_2\in R^{n\times n}$。

对 Lyapunov 函数（7）沿着系统（1）关于时间 t 求导数

$$\begin{aligned}\dot L(x_t)&=\dot\xi P\xi+\xi P\dot\xi+x^T(Q_1+Q_2)x-x_h^TQ_1x_h-x_d^TQ_2x_d\\&=2\xi^TP(Ax+A_hx_h+B_1w)+x^T(Q_1+Q_2)x-x_h^TQ_1x_h-x_d^TQ_2x_d\\&=\xi^T(PA+A^TP+Q_1+Q_2)\xi+2\xi^TPAA_dx_d+2\xi^TPA_hx_h+2\xi^T(Q_1+Q_2)A_dx_d+\\&\quad x_d^TA_d^T(Q_1+Q_2)A_dx_d+2\xi^TPB_1w-x_h^TQ_1x_h-x_d^TQ_2x_d\end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned}&Z^TQZ+2Z^TSw+w_TRw\\&=(Cx+Dw)^TQ(Cx+Dw)+2(Cx+Dw)^TSw+w_TRw\\&=x^TC^TQCx+2x^TC^TQw+w^TD^TQDw+2x^TC^TSw+2w^TD^TSw+w^TRw\\&=(\xi+A_dx_d)^TC^TQC(\xi+A_dx_d)+2(\xi+A_dx_d)^TC^TQDw+2(\xi+A_dx_d)^TC^TSw+w^T(D^TQD+2D^TS+R)w\\&=\xi^TC^TQC\xi+2\xi^TC^TQCA_dx_d+x_d^TA_d^TC^TQCA_dx_d+2\xi^TC^TQDw+2x_d^TA_d^TC^TQDw+\\&\quad 2\xi^TC^TSw+2x_d^TA_d^TC^TSw+w^T(D^TQD+2D^TS+R)w\end{aligned} \tag{9}$$

把上面的结果（8）和（9）代入下式

$$\begin{aligned}&\dot L(x_t)+aw^Tw-(z^TQz+2z^TSw+w^TRw)\\&=\xi^T(PA+A^TP+Q_1+Q_2-C^TQC)\xi+2\xi^T(PA+Q_1+Q_2-C^TQC)A_dx_d+\\&\quad 2\xi^TPA_hx_h+x_d^TA_d^T(Q_1+Q_2-C^TQC)A_dx_d+2\xi^T(PB_1-C^TQD-C^TS)W-\\&\quad 2x_d^TA_d^T(C^TQD+C^TS)w-x_h^TQ_1x_h-x_d^TQ_2x_d+w^T(\alpha I-D^TQD-2D^TS-R)w\\&=[\xi^T\quad(A_dx_d)^T\quad x_h^T\quad x_d^T\quad w^T]M\begin{bmatrix}\xi\\A_dx_d\\x_h\\x_d\\w\end{bmatrix}\end{aligned}$$

由此可得,当定理条件 $M<0$ 满足时,有

$$Z^T QZ + 2Z^T SW + W^T RW \geqslant \dot{L}(x_t) + aw^T w \tag{10}$$

在初始条件下,在(10)式两边从 0 到 T 积分,得到

$$E(W,Z,T) \geqslant \alpha < W,W >_T + L(x(T),T) \geqslant \alpha < W,W >_T \tag{11}$$

因此,由定义 1,当所给条件成立时,中立系统(1)($u(t)=0$)是严格(Q,S,R)耗散的。定理得证。

根据定理 1 的讨论,当状态反馈控制器如下设计时

$$u(t) = Kx(t) \tag{12}$$

相应的闭环系统的耗散性有如下定理确定。

定理 2 对于给定的矩阵 Q,S 和 R,其中 Q 和 R 是对称的,考虑满足假设 1 的系统(1)。如果存在矩阵 $W_s,X_s>0,Y_s<0,Q_1>0$ 和 $Q_2>0$ 使得如下 $LMIs$(13)、(14)成立($*$ 处的矩阵可根据对称性求得),则中立型时滞系统(1)存在状态反馈控制器(10),使得相应的闭环系统是严格(Q,S,R)耗散的,且反馈控制器增益矩阵 $K=W_S X_S^{-1}$。

$$\begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & A_h X_s & 0 & \phi_{15} \\ * & Y_s & 0 & 0 & \phi_{25} \\ * & * & -Q_1 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & \phi_{55} \end{bmatrix} < 0 \tag{13}$$

$$\phi_{55} = \alpha I - D^T QD - D^T S - S^T D - R < 0 \tag{14}$$

其中, $\phi_{11} = AX_s + X_s A^T + B_2 W_s + W_s^T B_2^T + Y_s$;

$\phi_{12} = AX_s + B_2 W_s + Y_s$;$\phi_{15} = B_1 - X_s(C^T QD + C^T S)$;

$\phi_{25} = -X_s(C^T QD + C^T S)$;$\phi_{55} = \alpha I - D^T QD - D^T S - S^T D - R$

证明 证明的过程类似于定理 1 的证明,只要将 $A+B_2 K$ 替换掉式(5)中的 A,再在(5)式两边同乘以块对角阵 $\mathrm{diag}\{X_s,X_s,I,I,I\}$,其中 $X_s=P^{-1}$,即可得证。

3 结论

本文基于已有文献,对于一类中立型时滞系统,提出了耗散控制设计方法。由于最后的结果是以 LMIs 形式给出的,状态反馈控制器的增益矩阵得以借助 MATLAB 中的 LMI 工具箱来求解。所设计的耗散控制器不仅保证闭环系统渐近稳定而且保证严格耗散。所提出的控制器设计方法很容易应用到时滞是时变的情形上去。

参考文献:

[1] Ju H. Park. Robust guaranteed cost control for uncertain linear differential systems of neutral type[J]. Applied Mathematics and Computation, 2003, 140: 523 – 535.

[2] Han Q L. Robust stability of uncertain delay – differential systems of neutral type[J]. Automatica, 2002, 38: 719 – 723.

[3] Xu S Y, Lam J, Yang C W. positive – real control for linear neutral delay systems[J]. IEEE Transaction on Automatic Control, 2001, 46(8): 1321 – 1326.

[4] LI Z H, SHAO H H, WANG J C. Dissipative Control for Linear Time – Delay Systems[J]. Control theory and application, 2001, 18(6): 838 – 842.

[5] 俞立,陈国定。线性时滞系统的无源控制[J]. 控制理论与应用, 1999, 16(1): 13 – 133.

[6] 关新平,华长春,段广仁. 不确定时滞系统的鲁棒耗散性研究[J]. 系统工程与电子技术, 2002, 24(1): 48 – 51.

Dissipation Controller Design for a Class of Neutral Delay Systems

WANG Yan－qing[1,2]，FU Xiao－rong[1]

(1. College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 210016, China;
2. Institute of Sciences, PLA University of Scince and Technology, Nanjing 211101, China)

Abstract: This paper focuses on a class of neutral delay systems. We are concerned with the design of dissipative static state feedback controller such that the closed－loop system is strictly dissipative. Sufficient conditions for the existence of the dissipative controller is obtained by using a linear matrix inequality (LMI) approach. Furthermore, we provide a procedure of constructing such controller from the solutions of LMIs. The findings shows that the solvability of dissipative controller design problem is implied by the feasibility of LMIs. It contains control rate and passive control supply rate as its special cases.

Keywords: nonlinear uncertain, time－Delay system, dissipation

(上接第5页)

The Transformation Between Hubbard Operators and Pauli Matrices

WU Jun－fang[1,2], ZHANG Chun－min[1]

(1. School of Science, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;
2. College of Science, Xi'an University of Engineering Science & Technology Xi'an, Xi'an 710048, China)

Abstract: Aiming at the transformation of Hamiltonian from Pauli matrices to Hubbard operators, the authors use the unity and orthogonal of Hubbard operators to give the transforming formula of Pauli matrices and Hubbard operators, by which, they realize the change from Pauli matrices to Hubbard operators. The result has been obtained that the Hamiltonian expressed by Hubbard operators of the spin－ladder model.

Keywords: Hamiltonian; Hubbard operators; Pauli matrices.