

利用动态神经网络产生混沌系统*

樊春霞

(南京邮电大学 电子工程系,江苏 南京 210003)

摘 要:根据逆最优控制方法,针对非线性系统,提出了利用动态神经网络产生混沌的一种新方法。令动态神经网络复制所需要的混沌系统来设计控制器。鉴于混沌反控制的本质,巧妙地引入了一个跟踪控制。这种方法不需要估计混沌吸引子的 Lyapunov 指数,从而大大地减少了计算量,这说明这种方法便于实际应用。以 Lorenz 系统为例,进行了数值仿真,结果表明所提出的控制器是有效的,性能是良好的。

关键词:混沌,混沌反控制,逆最优控制,动态神经网络

中图分类号:TP27 **文献标识码:**A **文章编号:**1671-5322(2005)03-0005-04

近年来,混沌化问题已经吸引了工程界以及物理学界越来越多的重视^[1~9]。混沌化的意义是:将非混沌系统变成混沌系统或者提高一个混沌系统的现有的混沌程度,这与使混沌系统有序或者抑制混沌正相反。在工程界和物理学界,产生混沌已经有了很大的应用趋势,例如:液体的混合,保密通信,化学反应,力学,电子学,光学,生态系统(例如人的大脑,心脏,神经系统)以及医药系统^[4]。因此,已经发展了混沌化的一些应用,例如小反馈^[5],脉冲反馈^[7]等。Chen 等提出了系统化的技术来使离散时间系统在 Devanchu 和/或 Li—Yorke 意义上混沌化。一般地,由于这种方法根据混沌的原始概念,因此使用这种方法产生混沌需要验证 Lyapunov 指数。然而,带有不确定性或者未知结构的实际系统的 Lyapunov 指数难以计算。

如果设计得当,神经网络可以产生混沌系统^[1,8,9]。这里,利用经典的反馈方法来产生混沌。引入一个跟踪问题,其参考信号是所需要的混沌吸引子,利用逆最优控制方法得到控制律,使得动态神经网络能够复制所需要的混沌。这个方法不需要估计 Lyapunov 指数,从而大大地减少

了计算量。以 Lorenz 混沌吸引子为例进行数值仿真,验证了所提出的控制律的有效性。

1 问题描述

考虑下面的动态神经网络

$$\dot{x} = Ax + W\sigma(x) + u \quad (1)$$

其中,状态变量 $x \in R^n$, 控制输入 $u \in R^n$, Hurwitz 矩阵 $A \in R^{n \times n}$, 非线性反馈函数 $\sigma(x) \in R^n$ 是 S 形函数。

利用动态神经网络跟踪下面的混沌模型

$$\dot{x}_r = f(x_r) + g(x_r)u_r \quad (2)$$

其中,状态 $x_r \in R^n$, 参考输入 $u_r \in R^n$, $f(\cdot) \in R^n$ 和 $g(\cdot) \in R^{n \times n}$ 是光滑的非线性函数。

目标是设计系统(1)的输入使得系统(1)的状态跟踪模型(2)的状态。这个问题能够转换为系统(1)和(2)之间的误差系统的稳定性问题。做如下假设:

A1: 存在函数 $z(t)$ 和 $v(t)$ 使得

$$\frac{dz}{dt} = Az(t) + W\sigma(z(t)) + v(t) \quad (3)$$

$$z(t) = x_r(t)$$

成立。于是,由(2)和(3)可得

* 收稿日期:2005-05-20

作者简介:樊春霞(1972—),女,汉族,吉林长春人,博士,南京邮电大学电子工程系教师,研究方向:非线性控制及计算机仿真。

$$\begin{aligned} Ax_r(t) + w\sigma(x_r(t)) + v(t) \\ = f(x_r) + g(x_r)u_r \end{aligned} \quad (4)$$

其中 $v(t) \in R^n$ 是待确定的变量。

定义跟踪误差 $e = x - x_r$, 函数 $\varphi(ex_r) = \sigma(x) - \sigma(x_r)$, 以及输入 $\tilde{u} = u - v(t)$ 。那么误差系统可以描述为

$$\dot{e} = Ae + w\varphi(e, x_r) + \tilde{u} \quad (5)$$

显然, 当 $\tilde{u} = 0$ 时, $e = 0$ 是系统(5)的平衡点。于是, 问题转化为设计控制 \tilde{u} , 使得系统(5)渐进稳定在平衡点 $e = 0$ 处。

选择 S 形函数的元素为 $\sigma_i(x) = a_i / (1 + e^{-b_i^T x}) - c_{i,i} \in [1, n]$ 。令 $\varphi_i(e) = \sigma_i(x) - \sigma_i(x_r)$ 。显然所有的 S 形函数满足下面的条件^[10]。

C1: 差函数 $\varphi(x)$ 满足广义 Lipschitz 条件

$$\varphi^T \Lambda_\sigma \varphi \leq e^T D_\sigma e \quad (6)$$

其中, $\Lambda_\sigma = \Lambda_\sigma^T > 0$, $D_\sigma = D_\sigma^T > 0$ 是已知正则矩阵。

C2: 存在正定矩阵 $P = P^T > 0$ 使得如下的线性矩阵不等式成立

$$A^T P + PA + PP + W^T W < 0 \quad (7)$$

2 逆最优控制方法

为了系统(5)的全局稳定和渐进稳定, 使用了逆最优控制方法, 其细节描述如下:

首先, 选择 Lyapunov 函数来推导系统(5)的控制 \tilde{u}

$$V(e) = e^T P e \quad (8)$$

其中, P 是 Lyapunov 方程(7)的解。显然, $V(e)$ 是径向无界的, 即对于所有的 $e \neq 0$, $V(e) > 0$ 且随着 $e \rightarrow \infty$, $V(e) \rightarrow \infty$ 。

求(8)的时间导数得

$$\begin{aligned} \dot{V}(e) &= \dot{e}^T P e + e^T P \dot{e} \\ &= -e^T (A^T P + PA) e + (W\varphi(e, x_r))^T P e \\ &\quad + (Pe)^T W\varphi(e, x_r) + 2e^T P \tilde{u} \end{aligned} \quad (9)$$

考虑到下面的不等式^[12]

$$X^T Y + Y^T X \leq X^T \Lambda X + Y^T \Lambda^{-1} Y \quad (10)$$

其中 $X, Y \in R^{n \times k}$ 和 $0 < \Lambda = \Lambda^T \in R^{n \times n}$ 对于所有的矩阵都成立。

令 $\Lambda = I$, 应用(10)和(6), 由(9)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(e) &\leq -e^T (A^T P + PA) e + e^T P P e + 2e^T P \tilde{u} \\ &\quad + \varphi(e, x_r)^T W^T W \varphi(e, x_r) \\ &\leq -e^T (A^T P + PA) e + e^T P P e \\ &\quad + e^T W^T W e + 2e^T P \tilde{u} \\ &= -e^T (A^T P + PA + PP + W^T W) e \\ &\quad + 2e^T W^T W e + 2e^T P P e + 2e^T P \tilde{u} \end{aligned} \quad (11)$$

其中 I 是单位矩阵。

于是得到控制律为

$$\tilde{u} = -P^{-1} (W^T W + PP) e^T - \alpha (R(e))^{-1} e \quad (12)$$

其中, α 是正常数, $(R(e))^{-1}$ 是关于 e 的函数。但现在 $(R(e))^{-1}$ 选为

$$(R(e))^{-1} = \frac{1}{\alpha} P^{-1} (W^T W + PP) \quad (13)$$

于是, 把(12)代入(11)得

$$\dot{V}(e) \leq -e^T (A^T P + PA + PP + W^T W) e \quad (14)$$

由于不等式(7), 对于所有的 $e \neq 0$, $\dot{V}(e) < 0$ 成立。这说明控制(12)可以全局稳定和渐进稳定系统(5)。于是动态神经网络(1)能够跟踪模型(2)。

下面利用逆最优控制方法确定控制增益 α 。

定义代价泛函

$$J(\tilde{u}) = \lim_{t \rightarrow \infty} V(e) + \int_0^t (q(e) + \tilde{u}^T P R(e) \tilde{u}) d\tau \quad (15)$$

其中

$$\begin{aligned} q(e) &= \alpha [e^T (A^T P + PA) e - (W\varphi(e, x_r))^T P e \\ &\quad - (Pe)^T W\varphi(e, x_r) + e^T (\alpha R(e)^{-1})^T P e] \\ &= \alpha [e^T (A^T P + PA) e - (W\varphi(e, x_r))^T P e \\ &\quad - (Pe)^T W\varphi(e, x_r) + e^T (W^T W + PP) e]. \end{aligned} \quad (16)$$

逆最优控制度基本思想是如果 $J(\tilde{u})$ 是径向无界的, 在控制 \tilde{u} 的确定范围内寻找最优控制 \tilde{u}^* 使得 $J(\tilde{u})$ 达到最小值。显然, 如果 $q(e)$ 径向无界, 则 $J(\tilde{u})$ 满足这个条件。所以需要证明 $q(e)$ 径向无界。

根据不等式(6)和(10), 可得

$$\begin{aligned} q(e) &\geq \alpha [e^T (A^T P + PA) e \\ &\quad - (W\varphi(e, x_r))^T W\varphi(e, x_r) \\ &\quad - (Pe)^T P e + e^T (PP + W^T W) e] \\ &\geq \alpha e^T (A^T P + PA) e. \end{aligned} \quad (17)$$

显然, 当 $e \rightarrow \infty$ 时, $q(e) \rightarrow +\infty$, 且对于所有的 $e \neq 0$, $q(e) > 0$ 。

将控制律(12)代入到(9)可得

$$\begin{aligned} -\alpha \dot{V}(e) &= \alpha [e^T (A^T P + PA) e - (W\varphi(e, x_r))^T P e \\ &\quad - (Pe)^T W\varphi(e, x_r) + 2\alpha e^T (R(e)^{-1})^T P e]. \end{aligned} \quad (18)$$

将(12)代入到代价函数的 $\tilde{u}^T P R(e) \tilde{u}$ 项, 由(14)可以确定

$$\tilde{u}^T P R(e) \tilde{u} = \alpha^2 e^T (W^T W + PP) e \quad (19)$$

于是, 下式成立

$$P(e) + \tilde{u}^T P R(e) \tilde{u} = -\alpha V(e) \quad (20)$$

根据(20), 当

$$\tilde{u}^* = -P^{-1} (PP + W^T W) e \quad (21)$$

时, 代价函数达到其最小值 $J(\tilde{u}^*) = \alpha V(0)$ 。这

说明在最优控制律(21)的作用下,系统(5)是全局稳定和渐进稳定的。

最后,利用 $u=\tilde{u}^*+v(t)$,可得动态神经网络的控制输入 u 。根据假设 A1, $v(t)=f(x_r)+g(x_r)-Ax_r-W\sigma(x_r)$ 成立。因此,系统(1)的控制输入为

$$u=-P^{-1}(W^TP+PP)e+f(x_r)+g(x_r)-Ax_r-W\sigma(x_r) \tag{22}$$

综上所述,在控制律(22)的作用下,系统(1)能够跟踪模型(2)。

3 数值仿真

为了验证所提出方法的有效性,这里以 Lorenz 系统为例,进行数值仿真。Loren 系统为

$$\begin{aligned} \dot{x}_{r1} &= a(x_{r2}-x_{r1}) \\ \dot{x}_{r2} &= bx_{r1}-x_{r2}+x_{r1}x_{r3} \\ \dot{x}_{r3} &= cx_{r3}+x_{r1}x_{r2} \end{aligned} \tag{23}$$

当 $a=10, b=28, c=-8/3$ 时,系统(23)是混沌系统。现在设计一个动态神经网络来产生系统(23)所描述的混沌状态。动态神经网络选为

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -10 & 10 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} 0.2 & 0.1 & 0 \\ 0.1 & 0.2 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1(x) \\ \sigma_2(x) \\ \sigma_3(x) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{24}$$

S 形函数选为 $\sigma_i(x_i)=2/(1+e^{-2x_i})-0.5, i=1, 2, 3$ 。正定矩阵 $Q=\text{diag}(10,10,10)$,根据式(22)设计控制律。仿真初值为 $[x_{r1}, x_{r2}, x_{r3}]^T=[6, 3, 2]^T, [x_1, x_2, x_3]^T=[50, 60, 80]^T$ 。仿真结果如图

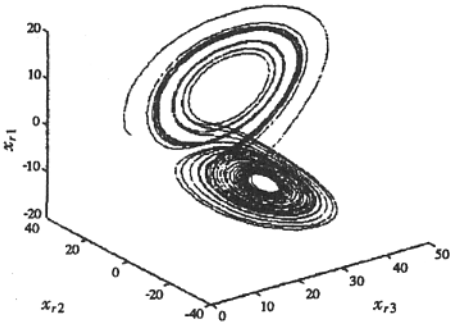


图 1 Lorenz 吸引子

Fig.1 Attract factor of Lorenz

所示。图 1 为 Lorenz 吸引子,图 2 为 x_{r1} 和 x_1 ,图 3 为 x_{r2} 和 x_2 ,图 4 为 x_{r3} 和 x_3 。在图 2—4 里,虚线表示动态神经网络(24)的状态变量,实线表示系统(23)的状态。从仿真结果可以看出,在控制

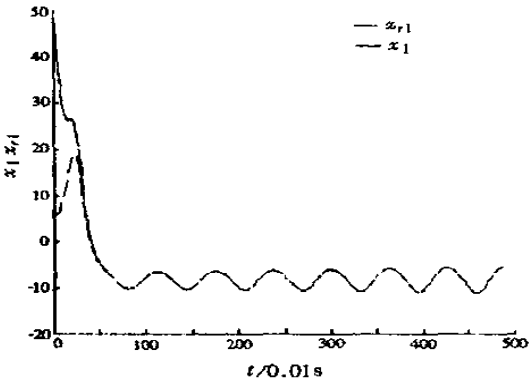


图 2 状态 x_1 和 x_{r1}

Fig. 2 The condition of x_1 and x_{r1}

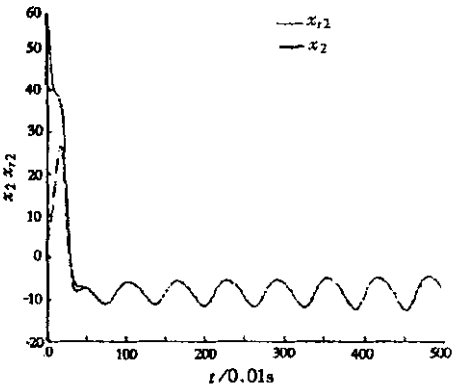


图 3 状态 x_2 和 x_{r2}

Fig. 3 The condition of x_2 and x_{r2}

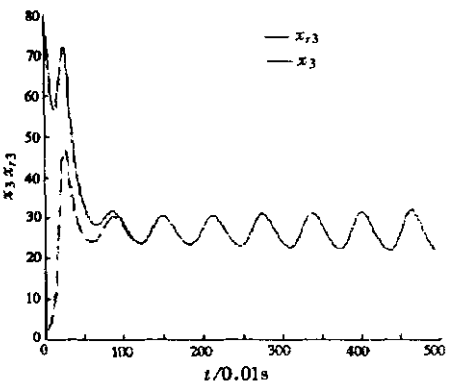


图 4 状态 x_3 和 x_{r3}

Fig. 4 The condition of x_3 and x_{r3}

律(22)的作用下,动态神经网络(1)能够成功地有效地跟踪所需要的混沌系统。

4 结论

本文根据近几年提出的逆最优控制方法,提出了一种新的产生混沌系统的方法。这个方案是一个一般框架,用于跟踪复杂的非线性系统甚至

跟踪混沌系统。这种方法不需要计算 Lyapunov 指数,从而大大地减少了计算量。这使得该方法便于实际应用。接下来,要探讨得问题是如何利用输入—输出稳定来产生混沌系统,这在工程和物理学上都很有意义。

参考文献:

[1] Xiang Li, Guanrong Chen, Zengqiang Chen and Zhuzhi Yuan. Chaotifying linear Elman networks[J]. IEEE Trans. Neural Networks, 2002,133(9):1193—1199.

[2] Chen G, Lai D. Feedback anticontrol of discrete chaos. International J[J]. Bifurcation and Chaos, 1998,8(7):1585—1590.

[3] Chen G, Lai D. Feedback control chaos via feedback. Proc[J]. IEEE Conference Decision and Control, 1997, (4)10—12.

[4] Chen G. Chaos: control and anticontrol[J]. IEEE Circuits system Society Newsletter, 1998,9(3) 1—5.

[5] Xiao Fan Wang, Guanrong Chen. Chaotifying a stable LTI systemby tiny feedback control[J]. IEEE Trans. Circuits and Systems I, 2000,47(3): 410—415.

[6] Zhong Li, Jin Bae Park, Young Hoon Joo. Chaotifying continuous—time TS fuzzy systems via discretization[J]. IEEE Trans. Circuits and Systems I, 2001,48(10), 1237—1243.

[7] Ling Yang, Zengrong Liu, Guanrong Chen. Chaotifying a continuous—time system via impulsive input[J]. International J Bifurcation and chaos, 2002,12(5), 1121—1128.

[8] Edgar N Sanchez, Jose P Perez, Guanrong Chen. Generate chaos: an inverse optimal control approach[J]. International J. Bifurcation and chaos, 2001,11(3) 857—863.

[9] Ren Hai—Peng, Liu Ding. Chaos control and anti—control via a fuzzy neural network inverse systems method[J]. Chinese Physics Letter, 2002,19(8): 1054—1057.

[10] Alexander S Poznyak, Wen Yu, Edgar N Sanches, Jose P Perez. Nonlinear adaptive trajectory tracking using dynamic neural networks[J]. IEEE Trans. On Neural Networks, 1999,10(9): 1402—1411.

[11] Kristic M, Deng H. Stabilization of nonlinear uncertain systems[M]. NY:Springer—Verlag, 1998.

[12] Sanchez E N Perez J P. Input—to—state stability analysis for dynamic neural networks[J]. IEEE Trans. Circuits. Syst,1999,46(11): 1395—1398.

Generating Chaos by Using Dynamic Neural Networks

FAN Chun-xia

(Electronic Engineering Department, Nanjing University of Posts and Telecommunications ,Jiangsu Nanjing 210003,China)

Abstract:Propose a new approach to generate chaos via dynamic neural networks according to inverse optimal control for nonlinear systems. The controller is derived to force dynamic neural network to reproduce intended chaos. In light of the nature of chaotification, a track control is subtly introduced. This method need not estimate the Lapunov exponent of the chaotic attractor so that computation is reduced greatly, which means this scheme is simple in practical application. Lorenz system and Rossler chaos are used for examples. The numerical simulation results demonstrate the effectiveness and excellent performance of the suggested controller.

Keywords:chaos, chotification, inverse optimal control, dynamic neural networks