

平面度误差最小区域评定结果不确定度估计*

倪骁骅, 黄晓峰, 葛友华

(盐城工学院 机械学院, 江苏 盐城 224003)

摘要:在平面度误差的实际测量中,给出测量结果时往往不给测量结果的不确定度。按照国际标准化组织发布的《测量不确定度表示指南》(简称GUM)的要求,根据平面度误差最小区域评定的几何判别准则,推导了有关的不确定度传递公式。分别用蒙特卡罗方法及本文推导的公式对实际的测量结果进行了不确定度估计,实验结果表明,推导出的公式计算的不确定度要比用蒙特卡罗方法估计的效果要好。

关键词:平面度误差;不确定度;最小区域评定;优化模型;蒙特卡罗方法

中图分类号: TG8

文献标识码: A

文章编号: 1671-5322(2006)02-0005-04

机床工作台的加工、检验,机床工艺系统误差分析等常常需要进行平面度误差测量,中国国家标准《平面度误差测量》^[1]中要求测量结果的表示应当应用不确定度,但是并没有给出不确定度估计的具体方法。根据《国际测量不确定度指南》^[2](以下简称GUM)提出的测量结果表示的一般要求,以及不确定度估计的统一的准则,本文在对平面度误差最小区域评定进行研究的基础上,推导了平面度误差最小区域评定结果不确定度计算公式。分别用该公式与蒙特卡罗方法对同样的实际测量数据进行了平面度误差计算并对计算结果进行不确定度估计。

1 平面度误差最小区域评定结果的不确定度

平面度误差评定中,如果被测平面上各采样点的坐标已知,则被测面的理想平面就可以确定,这样即可以计算出平面度误差,计算方法如下^[3]。

如图1所示,设 XOY 是测量参考平面, A 是被测量平面上的一点, Δ_M 是 A 点与 XOY 平面间的距离, f 是 A 点与理想平面间的距离, a 是 A 点

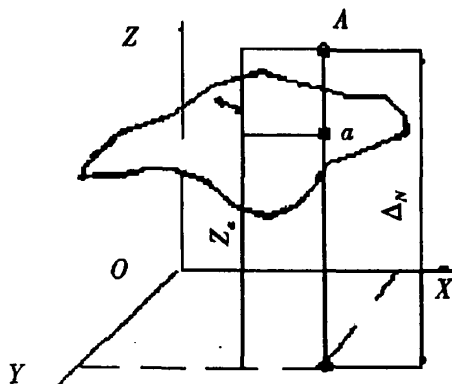


图1 平面度误差计算原理图

Fig. 1 The calculation principle of flatness

在理想平面上的对应点。于是有

$$f = \Delta_M - z_a \quad (1)$$

如果求出理想平面上 a 点的坐标 z_a ,则可按上式求得 f 。

被测平面的理想平面可以由下式表示:

$$Ax + By + cz + D = 0$$

用最小区域法评定平面度误差时,当理想平面是由符合三角形准则的三个极点决定,设这三个点

• 收稿日期:2006-02-20

作者简介:倪骁骅(1966-),男,江苏盐城市人,工学博士,盐城工学院副教授,主要研究方向为检测技术及仪器仪表智能化,机电一体化技术。

的坐标分别为 $M_1(x_1, y_1, z_1), M_2(x_2, y_2, z_2), M_3(x_3, y_3, z_3)$, 则理想平面的方程可以表示为:

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 0 \quad (2)$$

当理想平面是由符合交叉准则的四个极点决定时, 设这四点坐标为 $M_1(x_1, y_1, z_1), M_2(x_2, y_2, z_2), M_3(x_3, y_3, z_3), M_4(x_4, y_4, z_4)$, 如果理想平面是过直线 M_1M_2 , 并平行于直线 M_3M_4 , 则理想平面的方程为:

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_4 - x_3 & y_4 - y_3 & z_4 - z_3 \end{vmatrix} = 0 \quad (3)$$

如果理想平面是过直线 M_3M_4 , 并平行于直线 M_1M_2 , 则理想平面的方程为:

$$\begin{vmatrix} x - x_3 & y - y_3 & z - z_3 \\ x_4 - x_3 & y_4 - y_3 & z_4 - z_3 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \end{vmatrix} = 0 \quad (4)$$

将行列式(2)展开, 理想平面的方程改写为:

$$\begin{aligned} & [(y_2 - y_1)(z_3 - z_1) - (y_3 - Y_1)(z_2 - z_1)]x + \\ & [(x_3 - x_1)(z_2 - z_1) - (x_2 - x_1)(z_3 - z_1)]y + \\ & [(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)]z - \\ & \{[(y_2 - y_1)(z_3 - z_1) - (y_3 - Y_1)(z_2 - z_1)]x_1 + \\ & [(x_3 - x_1)(z_2 - z_1) - (x_2 - x_1)(z_3 - z_1)]y_1 + \\ & [(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)]z_1\} = 0 \end{aligned}$$

设决定平面度误差的另一极点的坐标为 $M_4(x_4, y_4, z_4)$, 则理想平面上对应点在 Z 方向上的坐标为:

$$\begin{aligned} z_4' = & \{[(y_2 - y_1)(z_3 - z_1) - (y_3 - Y_1)(z_2 - z_1)]x_1 + \\ & [(x_3 - x_1)(z_2 - z_1) - (x_2 - x_1)(z_3 - z_1)]y_1 + \\ & [(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)]z_1 - \\ & [(y_2 - y_1)(z_3 - z_1) - (y_3 - Y_1)(z_2 - z_1)]x_4 + \\ & [(x_3 - x_1)(z_2 - z_1) - (x_2 - x_1)(z_3 - z_1)]y_4\} / \\ & [(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)] \quad (5) \end{aligned}$$

由于一般说来平面度误差测量时在 x, y 方向上的坐标值都很大, 且在测量的非敏感方向, 其测量误差对计算结果的影响很小, 因此可以作为常量处理, 于是将上式简化。令 $P = x_2 - x_1, q = x_3 - x_1, u = y_2 - y_1, w = y_3 - y_1$, 由公式(1), 得平面度误差为:

$$f_{MZ} = z_4 - z_4' = z_4 - \{[(x_1 - x_4)w + (y_1 - y_4)p - (x_1 - x_4)u - (y_1 - y_4)q + (pw - qk)]z_1 + [(y_1 -$$

$$y_4)q - x_1 - x_4)w]\}z_2 + [(x_1 - x_4)u - (y_1 - y_4)p]z_3\} / (pw - qk) \quad (6)$$

上式为一线性函数, 若各测量点测量时相互独立, 则可以用一般的不确定度传递公式求得平面度误差测量结果的不确定度。再令 $r = x_1 - x_4, t = y_1 - y_4, v = pw - qu$ 。 M_1, M_2, M_3, M_4 的测量点直接测量结果的不确定度为 u_1, u_2, u_3, u_4 于是整理得平面度误差测量结果的不确定度计算公式为:

$$u_{fMZ} = (u_4^2 + [(rw + tp - ru - tq + v)/v]^2 u_1^2 + [(tq - rw)/v]^2 u_2^2 + [(ru - tp)/v]^2 u_3^2)^{\frac{1}{2}} \quad (7)$$

若这四个点的坐标值是用间接测量测量法得到的, 如用水平仪法、表桥法、跨步距法等间接测量后经换算得到时, 则存在相关关系。于是误差传递公式必须计入这四点的协方差, 四点间测量数据的协方差计算可以用多变量最小二乘法计算。于是有:

$$\begin{aligned} u_{fMZ} = & (u_4^2 + [(rw + tp - ru - tq + v)/v]^2 u_1^2 + [(tq - \\ & - rw)/v]^2 u_2^2 + [(ru - tp)/v]^2 u_3^2 - 2[(rw + tp - \\ & ru - tq + v)/v]u_{14} - 2[(tq - rw)/v]u_{24} - 2[(rk - \\ & tp)/v]u_{34} + 2[(rw + tp - ru - tq + v)/v][(tq - \\ & - rw)/v]u_{12} + 2[(rw + tp - ru - tq + v)/v][(rk - \\ & tp)/v]u_{13} + 2[(tq - rw)/v][(rk - tp)/v]u_{23})^{\frac{1}{2}} \quad (8) \end{aligned}$$

同样地, 展开行列式(3), 得到理想平面方程:

$$\begin{aligned} & [(y_2 - y_1)(z_4 - z_3) - (y_4 - Y_3)(z_2 - z_1)]x + \\ & [(x_4 - x_3)(z_2 - z_1) - (x_2 - x_1)(z_4 - z_3)]y + \\ & [(x_2 - x_1)(y_4 - y_3) - (x_4 - x_3)(y_2 - y_1)]z - \\ & \{[(y_2 - y_1)(z_4 - z_3) - (y_4 - Y_3)(z_2 - z_1)]x_1 + \\ & [(x_4 - x_3)(z_2 - z_1) - (x_2 - x_1)(z_4 - z_3)]y_1 + \\ & [(x_2 - x_1)(y_4 - y_3) - (x_4 - x_3)(y_2 - y_1)]z_1\} = 0 \end{aligned}$$

由极点 M_4 计算平面度误差, 理想平面上 M_4 的对应点坐标为:

$$\begin{aligned} z_4' = & \{[(y_2 - y_1)(z_4 - z_3) - (y_4 - Y_3)(z_2 - z_1)]x_1 + \\ & [(x_4 - x_3)(z_2 - z_1) - (x_2 - x_1)(z_4 - z_3)]y_1 + \\ & [(x_2 - x_1)(y_4 - y_3) - (x_4 - x_3)(y_2 - y_1)]z_1 - \\ & [(y_2 - y_1)(z_4 - z_3) - (y_4 - Y_3)(z_2 - z_1)]x_4 + \\ & [(x_4 - x_3)(z_2 - z_1) - (x_2 - x_1)(z_4 - z_3)]y_4\} / \\ & [(x_2 - x_1)(y_4 - y_3) - (x_3 - x_1)(y_3 - y_3)] \end{aligned}$$

令 $p = x_2 - x_1, q = x_4 - x_3, k = y_2 - y_1, w = y_4 - y_3, r = x_1 - x_4, t = y_1 - y_4, v = pw - qk$

再由公式(1)计算平面度误差并估计其不确定度, 仍得到形如(6)、(7)、(8)的同样公式。需

要注意的是这时变量 q, w 的定义是不同的。

考察方程(4)的展开计算情况。其实完全可以将 M_3M_4, M_1M_2 的坐标值进行互换,并不影响计算的结果。所以展开后的形式仍是相同的。不需要另外的公式。

3 实验比较

在形位误差测量中,经常用 Monte Carlo 方法仿真估计最后评定结果的不确定度,只要每个测量点的不确定度及其分布都已估计出,就可以构建一定量的测量列,由形位误差评定的优化模型评定出每个测量列的结果,应用 A 类不确定度

评定公式[1],得到实验标准差,即测量结果的标准不确定度。

在实际的测量中,测量点的不确定度及其分布常通过分析法、实验法进行估计,一般都将测量点值的不确定度分布其视为正态分布。

可以用平面度最小区域评定结果的不确定度计算公式(7)或(8)和蒙特卡罗方法对实际的测量数据进行处理,比较计算结果。

现设计如下两个平面度误差测量实验,分别用本文推导的公式与蒙特卡罗方法对实验得到的同样的测量数据(见表1、表2,表中所列的数据已经过预处理)计算结果并估计其确定度。

表1 实验1测量数据

Table 1 Measuring data in experiment 1 mm

X_i	Y_i	Z_i	X_i	Y_i	Z_i	X_i	Y_i	Z_i
0.000 0	0.000 0	0.000 0	150.000 0	400.000 0	-0.003 1	450.000 0	200.000 0	-0.001 8
0.000 0	100.000 0	0.001 9	300.000 0	0.000 0	-0.000 3	450.000 0	300.000 0	0.000 0
0.000 0	200.000 0	0.001 1	300.000 0	100.000 0	-0.001 0	450.000 0	400.000 0	0.001 0
0.000 0	300.000 0	-0.001 7	300.000 0	200.000 0	-0.001 8	600.000 0	0.000 0	-0.003 6
0.000 0	400.000 0	-0.003 6	300.000 0	300.000 0	-0.002 2	600.000 0	100.000 0	-0.001 7
150.000 0	0.000 0	0.000 6	300.000 0	400.000 0	-0.001 0	600.000 0	200.000 0	-0.000 8
150.000 0	100.000 0	-0.001 8	450.000 0	0.000 0	-0.002 7	600.000 0	300.000 0	0.000 1
150.000 0	200.000 0	-0.000 9	450.000 0	100.000 0	-0.001 8	600.000 0	400.000 0	0.000 0
150.000 0	300.000 0	-0.005 4						

表2 实验2测量数据

Table2 Measuring data in experiment 2 mm

X_i	Y_i	Z_i	X_i	Y_i	Z_i	X_i	Y_i	Z_i
0.000	0.000	0.000	50.000	0.000	0.050	100.000	0.000	0.010
0.000	50.000	-0.003	50.000	50.000	0.080	100.000	50.000	0.005
0.000	100.000	0.010	50.000	100.000	-0.040	100.000	100.000	0.000

实验1 测量—600×400的平板,在被测面上测量25个点,测量可认为是独立的,每一点在 Z 方向上的测量数据的不确定度相同,为0.000 1 mm。经处理可知最小区域由交叉准则判别。

实验2 测量—100×100的平板,在被测面上测量9个点,每一点在 Z 方向上的测量数据的不确定度相同,为0.000 1 mm。但测量方法是非独立的,表2中的数据已经累积计算处理,每一测量数据的不确定度都是不相同的,需要分别估计。对表2中的数据处理后可知,平面度误差最小区域可由三角形准则确定。

表3列出了用本文的公式与蒙特卡罗方法对两个测量实验的数据处理后得到的平面度误差及其不确定度。

表3 实验结果比较

Table3 Comparison of the experiment results

序号	由几何判别准则估计		由蒙特卡罗方法估计	
	f_{NZ}	u_{fNZ}	$\bar{F}$	$u_{\bar{F}}$
实验1	6.55 μm	0.16 μm	6.57 μm	0.23 μm
实验2	100 μm	1.7 μm	100.4 μm	2.7 μm

由表3,对比两个实验,可以发现用蒙特卡罗方法估计的结果比用本文推导的公式估计的结果

要大,这可归因于蒙特卡罗方法本身的方法误差,它与测量数据数值的概率分布和仿真数据的取点数有关,而平面度误差最小区域几何评定测量结果不确定度估计公式(7)、(8)是由线性传递模型获得的。另外由实验过程可知,用蒙特卡罗方法计算结果及其不确定所需时间比用几何鉴别准则确定极点及用本文的公式计算测量结果及估计不确定度的总时间要长得多。

3 结束语

本文根据平面度误差最小区域几何判别准则推导了不确定度传递估计公式,实验表明根据该公式估计的不确定度小于用蒙特卡罗方法估计的结果,并且运算时间也大大缩短。但前提是在估计不确定之前,必须根据平面度误差的几何鉴别准则获得决定最小区域的极点坐标。

参考文献:

- [1] 汪恺. 形状和位置公差标准应用指南[M]. 北京:标准出版社,2000.
- [2] BIPM - IEC - IFCC - ISO - IUPAP - OIML. 测量不确定度表示指南[P]. ISO, 1995.
- [3] 陈小怀,薄晓静,王宏涛. 基于蒙特卡罗方法的测量不确定度合成[J]. 仪器仪表学报,2005(1):2-15.
- [4] 费业泰. 误差理论与数据处理[M]. 北京:机械工业出版社,2004.

Uncertainty Estimate of the Minimum Zone Evaluation Result of Departure from Flatness

NI Xiao - hua, HUANG Xiao - feng, GE You - hua

(School of Mechanical Engineering Yancheng Institute of Technology, Jiangsu Yancheng 224003, China)

Abstract: In actual measurement for departure from flatness, the uncertainty of measurement result is usually not given. According to the methods that ISO Guide to the Expression of uncertainty in Measurement (GUM) [1] proposed, and the judgment criterion of minimum zone evaluation of departure from flatness, the estimate of uncertainty propagation formula is deduced. The estimation formula is tested with Monte Carlo Method on actual measurements. Experiment result shows that the uncertainty calculated with the formula deduced by this paper is better than the result estimated with Monte Carlo method.

Keywords: Uncertainty; flatness; minimum zone evaluation; Monte Carlo method