

## 强度折减方法中对各材料参数调整的探讨\*

李 珍, 吴旭东

(河海大学 工程力学系, 江苏 南京 210098)

**摘 要:**强度折减方法是目前求解坝基抗滑稳定安全系数的常用方法。但在有限元计算中一般只对强度参数  $c, \varphi$  进行折减, 没有考虑  $E, \nu$  的变化。怎样进行相应调整及是否需要做调整是一个悬而未决的问题。推导了应用不同屈服准则对应的各种材料参数之间应满足的关系, 并针对某重力坝, 利用 ANSYS 对材料  $E, \nu$  参数做调整及不做调整两种情况进行计算对比, 为工程应用提供一定的参考。

**关键词:**强度折减法; 抗滑稳定安全系数; 屈服准则; 参数折减

**中图分类号:** O241.82 **文献标识码:** A **文章编号:** 1671-5322(2006)02-0065-04

重力坝坝基稳定性问题一直是人们十分关注的灾害性问题之一。针对这一问题的分析方法有基于刚体极限平衡理论的各种方法、地质力学模型试验以及有限元分析理论。其中有限元分析可以了解坝基的应力分布状况、软弱结构面的受力及破坏情况, 以及岩体的渐进破坏过程, 能比较理想地为合理的坝基处理措施提供技术依据。

分析稳定性的弹塑性有限元方法通常分为两种, 其一是单纯的弹塑性分析方法<sup>[1]</sup>; 其二为强度折减有限元分析方法。它将强度折减概念与有限元方法相结合进行稳定性分析<sup>[2]</sup>, 是目前应用最为广泛的方法。该法在分析过程中通常仅折减强度参数(分别为粘聚力和内摩擦角), 并未相应调整弹性参数(分别为杨氏模量和泊松比), 这可能在某些情况下是有问题的。本文应用第二种方法, 首先推导了各种屈服准则在通用软件 ANSYS 中的实现, 并分析对应不同的屈服准则, 降低强度参数的同时, 弹性参数分别应作的调整, 通过重力坝沿建基面抗滑稳定性分析对其进行对比说明。

### 1 强度折减法简介

抗剪强度折减系数概念由 Zienkiewicz 等在

1975 年首次提出, 抗剪强度折减系数定义为<sup>[3]</sup>: 在外荷载保持不变的情况下, 边坡内土体所发挥的最大抗剪强度与外荷载在边坡内所产生的实际剪应力之比。这种概念同样适用于坝基抗滑稳定分析, 即逐渐降低岩土体抗剪强度参数逐渐降低直到其破坏状态为止, 从而得到安全系数  $F$ 。设折减后的抗剪强度指标分别为:

$$c_f = c/F, \varphi_f = \arctan(\tan \varphi)/F \quad (1)$$

如果此时在有限元计算中使结构达到破坏状态, 那么此时的  $F$  就是所求的安全系数。

### 2 屈服准则的几种形式

工程中对岩土类材料比较常用是摩尔-库仑屈服准则(以下简称 M-C), 表达式如下<sup>[4]</sup>:

$$\frac{1}{3} I_1 \sin \varphi + \left[ \cos \theta - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \theta \sin \varphi \right] \sqrt{J_2} = \cos \varphi \quad (2)$$

式中:  $I_1$  为应力张量第一不变量,  $J_2$  为应力偏量第二不变量,  $\theta$  为应力罗代角<sup>[5]</sup>。上式在主应力空间是不规则的六棱锥屈服面, 且有一个奇异的顶点, 为了修正由此引起的数值计算上的困难基

\* 收稿日期: 2005-12-10

作者简介: 李 珍(1982-), 女, 山东菏泽人, 河海大学在读硕士, 主要研究方向为非线性数值分析及工程稳定性分析。

至不收敛,工程上常用 Drucker - Prager 提出的屈服准则<sup>[5]</sup>(以下简称 D - P)来进行修正,其表达式如下:

$$f = \alpha I_1 + \sqrt{J_2} + k = 0 \quad (3)$$

表 1 各种关系下  $\alpha, k$  的表达式

Table1 Expression of  $\alpha, k$  under each relationship

编号	准则特点	$\alpha$	$k$
D - P1	外角点外接圆	$2\sin \varphi / \sqrt{3} (3 - \sin \varphi)$	$6c \cos \varphi / \sqrt{3} (3 - \sin \varphi)$
D - P2	内角点外接圆	$2\sin \varphi / \sqrt{3} (3 + \sin \varphi)$	$6c \cos \varphi / \sqrt{3} (3 + \sin \varphi)$
D - P3	内切圆	$\sin \varphi / \sqrt{3} \sqrt{(3 - \sin^2 \varphi)}$	$3c \cos \varphi / \sqrt{3} \sqrt{(3 + \sin^2 \varphi)}$
D - P4	等面积转换圆	$2\sqrt{3} \sin \varphi / \sqrt{2\sqrt{3} \pi (9 - \sin^2 \varphi)}$	$6\sqrt{3} c \cos \varphi / \sqrt{2\sqrt{3} \pi (9 - \sin^2 \varphi)}$

### 3 降低强度参数对弹性常数的影响及在有限元中的算法

#### 3.1 降低强度参数 $c, \varphi$ 对弹性常数 $E, \nu$ 的影响

一般在强度折减法中,只是折减强度参数  $c, \varphi$ ,而弹性参数  $E, \nu$  不作改变。但是实际上对同一种材料,它们之间是有一定关系的。一般情况下,一种岩石的强度参数  $c, \varphi$  值越高,其弹模  $E$  越高,泊松比  $\nu$  越低。为此郑宏等人曾提出了当假设岩石体满足 M - C 准则时,随着强度参数的降低  $E, \nu$  所作的相应调整,并证明了若不做调整是有问题的<sup>[7]</sup>。而由于 M - C 有奇异点且屈服面不规则,在数值计算中常遇到困难,因此目前数值分析中常用是 D - P 屈服准则。下面就将针对 D - P 准则常用的四种形式,讨论强度折减时弹性

根据与 M - C 条件的常用的四种关系,应用关联的流动法则可以推导出各种关系下用  $c, \varphi$  表示  $\alpha, k$  的相应公式<sup>[6]</sup>,见表 1。

参数分别所作的相应调整。

同样假设岩石充满了半无限空间,其中的应力场仅为自重应力场,按弹性力学<sup>[8]</sup>的规定,可以得到:

$$\begin{cases} \sigma_1 = \sigma_2 = -k\gamma h \\ \sigma_3 = -\gamma h \end{cases} \quad (4)$$

其中:  $h$  为深度,  $\gamma$  为容重,  $k$  为侧压系数,  $k = \frac{\nu}{1 - \nu}$ ,  $\nu$  为泊松比。

对上述应力场,认为应处处满足指定的屈服准则,分别将式(4)代入表 1 所示四种 D - P 准则的表达式中,使之满足  $\alpha I_1 + \sqrt{J_2} - k \leq 0$ ,即可求得  $\varphi$  与  $\nu$  之间的关系,如表 2、表 3 所示。

可以看出每种关系式中都有  $1 - 2\nu$  这一项,

表 2 屈服准则 D - P1 和 D - P2 对应的与之间的关系

Table2 The relation between and corresponding to D - P1 and - P2, respectively

屈服准则	D - P1	D - P2
$\varphi$ 与 $\nu$ 的关系	$\sin \varphi \geq \frac{3\sqrt{6}(1 - 2\nu)}{12 + \sqrt{6} + (12 - 2\sqrt{6})\nu}$	$\sin \varphi \geq \frac{3\sqrt{6}(1 - 2\nu)}{12 - \sqrt{6} + (12 + 2\sqrt{6})\nu}$

表 3 屈服准则 D - P3 和 D - P4 对应的与之间的关系

Table3 The relation between and corresponding to D - P3 and - P4 respectively

屈服准则	D - P3	D - P4
$\varphi$ 与 $\nu$ 的关系	$\sin \varphi \geq \frac{\sqrt{3}(1 - 2\nu)}{\sqrt{6(1 + \nu)^2 - (1 - 2\nu)^2}}$	$\sin \varphi \geq \frac{3\sqrt{3}\pi(1 - 2\nu)}{\sqrt{1082(1 + \nu)^2 + \sqrt{3}\pi(1 - 2\nu)^2}}$

与文献[7]中的结果基本一致,当  $\nu \rightarrow 0.5$  时,岩石表现为无抗剪强度但又不可压缩的水,由此可见表 2、表 3 各式在此意义上的合理性。在计算中可分别设: ( $\beta \geq 1$ )

$$\sin \varphi = \beta \frac{3\sqrt{6}(1 - 2\nu)}{12 + \sqrt{6} + (12 - 2\sqrt{6})\nu},$$

$$\sin \varphi = \beta \frac{3\sqrt{6}(1 - 2\nu)}{12 - \sqrt{6} + (12 + 2\sqrt{6})\nu}$$

$$\sin \varphi = \beta \frac{\sqrt{3}(1 - 2\nu)}{\sqrt{6(1 + \nu)^2 - (1 - 2\nu)^2}},$$

$$\sin \varphi = \beta \frac{3\sqrt{3}\pi(1 - 2\nu)}{\sqrt{1082(1 + \nu)^2 + \sqrt{3}\pi(1 - 2\nu)^2}} \quad (5)$$

以上表明了  $\varphi$  与  $\nu$  之间的关系,而当  $c, \varphi$  降低时,一般  $\nu$  会增大,  $E$  会减小,但具体关系还没有试验或理论结论,本文依然按照下式进行计算:

$$E\nu = \text{const} \quad (6)$$

### 3.2 各种屈服准则在 ANSYS 中的实现及调整材料参数的算法

第1步:本文采用的是 ANSYS 通用程序,其中提供的 D-P 屈服准则只有第一种形式即 D-P1。因此本文推导了其他三种准则,即 D-P2、D-P3、D-P4 在 ANSYS 中的实现。基本思想为:由于各种屈服准则中不同的只是通式(3)中的参数  $\alpha, k$ , 而  $\alpha, k$  又是材料参数  $c, \varphi$  的函数,恰好 ANSYS 中 D-P 准则正是通过输入  $c, \varphi$  实现的,那么就要变换  $c, \varphi$ , 使求得的  $\alpha, k$  能与表1中各种准则对应的  $\alpha, k$  相等。比如选用 D-P2 的换算如下:

$$2\sin \varphi / \sqrt{3}(3 - \sin \varphi) = 2\sin \varphi_f / \sqrt{3}(3 - \sin \varphi_f) \quad (7)$$

$$6c\cos \varphi / \sqrt{3}(3 - \sin \varphi) = 6c\cos \varphi_f / \sqrt{3}(3 - \sin \varphi_f) \quad (8)$$

将由(7)、(8)二式求出一组  $c', \varphi'$  值填入 ANSYS 中的命令流中就可以得到 D-P2 屈服准则。依此类推得到对应于 D-P3、D-P4 的  $c', \varphi'$ 。

第2步:输入已知的  $c, \varphi$  值,由式(5)求得参数  $\beta$ ; 给定某一强度折减系数  $F_i$ , 由式(1)求得  $c_f, \varphi_f$ , 将  $\varphi_f$  代入式(5), 反求出  $v_i$ , 再由式(6)求得  $E_i$ 。把此时的  $c_f, \varphi_f$  代入到第一步的等效转换算式中, 得到分别对应于 D-P2、D-P3、D-P4 准则的  $c'_f, \varphi'_f$  (D-P1 无需调整,  $c'_i = c_i, \varphi'_i = \varphi_i$ ), 然后将以上得到的  $c'_f, \varphi'_f, E_i$  和  $v_i$  为参数作有限元计算, 若达到了极限状态, 取安全系数  $F = F_i$ , 结束计算, 否则取一个新的强度折减系数重复以上步骤。

表4 各部分材料参数  
Table3 Material parameters of each part

参数	$c/\text{MPa}$	$\varphi/^\circ$	$E/\text{MPa}$	$\nu$	$\rho/\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$
1(坝体)	1.3	53	22 000	0.167	2 400
2(基础岩体)	1.8	55	24 000	0.18	0
3(建基面)	1.0	35	24 000	0.18	0

表5 各种情况下的安全系数

Table3 The safety coefficient according to each situation

曲阜准则	D-P1	D-P2	D-P3	D-P4	抗剪断公式
调整 $E, \nu$	4.41	3.92	3.57	3.76	3.93
不调整 $E, \nu$	4.27	3.79	3.47	3.66	

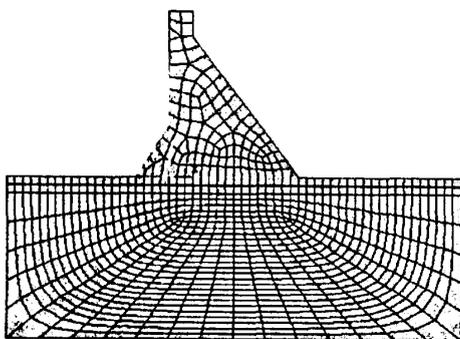


图1 重力坝网格划分图  
Fig.1 The mesh of the dam

### 4 算例分析

考虑如图1所示重力坝,坝高100 m,坝受自重、上下游水压力和扬压力作用,上下游水深分别为90 m和10 m。求解大坝沿建基面的抗滑稳定安全系数。材料参数见表4。网格划分如图1,采

用平面应变问题平面4节点单元,按照以上讨论的参数调整方法,编制程序,将得到的参数代入通用软件 ANSYS 进行弹塑性有限元计算,分别求得调整和未调整时,沿坝基面的抗滑稳定安全系数,并与规范中的抗剪断强度公式<sup>[9]</sup>进行对比(详见表5)。

从表5中看出,对  $E, \nu$  调整时得到的安全系数大于不调整时的安全系数,平均相差3.0%,调整后的安全系数与公式所得结果更为接近;图2和图3表示了当折减系数为3.79时,应用 D-P2 屈服准则求得调整  $E, \nu$  和不调整  $E, \nu$  时分别对应的塑性区,这是由 ANSYS 直接生成的。从图中看出,调整  $E, \nu$  对应的塑性区比不调整时的小得多,且最大有效塑性应变比不调整时小了8.9%。其它准则下的差别与此类似。并且发现 D-P1 的结果太大,建议不使用这种准则。

综上所述,在弹塑性有限元中利用强度折减法计算抗滑稳定安全系数时,在降低强度系数的同时对相应调整会得到更为合理的结果。

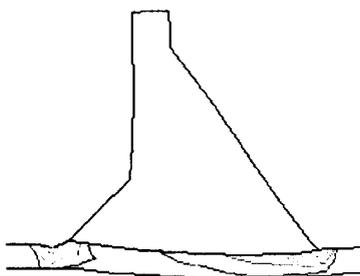


图 2 应用 D - P2 调整时的塑性区  
Fig. 2 Plastic area when modifying

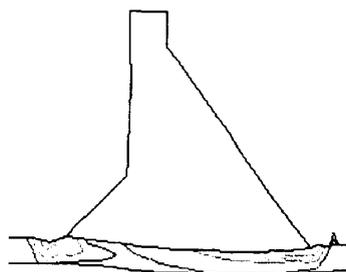


图 3 应用 D - P2 不调整时的塑性区  
Fig. 3 Plastic area when not modifying

## 5 结论与建议

(1) 根据弹性力学规定的应力场, 可以推导出相应于不同屈服准则下, 降低强度系数  $c, \varphi$  的同时对  $E, \nu$  进行的相应调整;

(2) 在通用软件 ANSYS 中, 可以通过修正  $c, \varphi$  值来实现 D - P 准则的各种形式在其中的实现。这一方法可以免去二次开发的繁琐, 应用十

分方便合理;

(3) 分别针对两种情况, 即调整  $E, \nu$  和不调整  $E, \nu$ , 利用 ANSYS 计算重力坝沿坝基的抗滑稳定安全系数时, 发现是否调整对结果有一定影响, 调整后的结果更为接近规范中的公式解, 并且调整后的塑性区及塑性应变比不调整时要小的多。表明本文方法的合理性, 并建议工程应用中应对  $E, \nu$  调整。

## 参考文献:

- [1] Zou J Z, Williams D J, Xiong W L. Search for critical slip surface based on Finite Element Method[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1995, 32(1), 233 - 246.
- [2] Jiang GL, Magnan J P. Stability Analysis of Embankments: Comparison of Limit Analysis With Methods of Slices [J]. Geotechnique, 1997, 47(4): 857 - 872.
- [3] Zienkiew O C, Humpheson C and Lewis R W. Associated and non - Associated Visco - Plasticity and Plasticity in Soil Mechanics[J]. Geotechnique, 1975, 25(4): 671 - 689.
- [4] 李咏僧, 施泽华. 塑性力学[M]. 北京: 水利电力出版社, 1985.
- [5] 任育文. 非线性有限单元法[M]. 南京: 河海大学出版社, 2003.
- [6] 张鲁渝, 郑颖人, 赵尚毅, 等. 有限元强度折减系数法计算土坡稳定安全系数的精度研究[J]. 水利学报, 2003(1): 21 - 27.
- [7] 郑宏, 李春光, 李焯, 等. 求解安全系数的有限元法[J]. 岩土工程学报, 2002, 24(5): 626 - 628.
- [8] 陈国荣. 弹性力学[M]. 南京: 河海大学出版社, 2002.
- [9] 左东启, 王世夏, 林益才. 水工建筑物[M]. 南京: 河海大学出版社, 1995.

## The Discussion of the Modification of Material Parameters

LI Zhen, WU Xu - dong

(Department of Engineering Mechanics, Hohai Univ., Jiangsu Nanjing 210098, China)

**Abstract:** The method of strength reduction is used widely in solving the anti - slide safety coefficient of the base of dam. However, scholars only consider the reduction of the strength parameters, but little about modification. How to modify them and whether they should be modified haven't been solved yet. This paper deduced the relationship between each material parameter according to different yield criterions by ANSYS, and analyzed and compared the anti - slide safety coefficients of a dam with and without modifying  $E, \nu$ , providing a basis to the application in engineering.

**Keywords:** strength reduction method; anti - slide safety coefficient; yielding criterions; material parameters modification