

双层织物的数学模型^{*}

王玮玲

(盐城工学院 纺织服装学院, 江苏 盐城 224003)

摘 要: 为便于进行双层组织辅助设计, 以织物组织结构为依据, 以矩阵理论为基础, 提出用整数矩阵设计表里分离的双层织物组织及接结双层织物组织的数学模型, 把一个三维结构的双层织物组织简化成一个等效的二维矩阵, 为利用计算机进行双层组织的辅助设计奠定了基础。

关键词: 数学模型 双层组织 整数矩阵

中图分类号: X029

文献标识码: A

文章编号: 1671-5322(2007)01-0029-04

随着人们对服装日趋个性化、多样化的需求和国际市场日益激烈的竞争, 双层组织在高档服装面料中的应用越来越广泛, 用双层组织设计制的面料在今后若干年内也将占据一定的市场份额, 具有较大的发展空间。

1 表里分离的双层组织及其数学模型

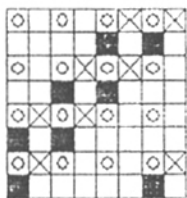


图1 双层织物组织图, 表、里经排列比为 1:1

Fig. 1 Weave diagram of double cloth, the ratio of upper and under warp is 1:1

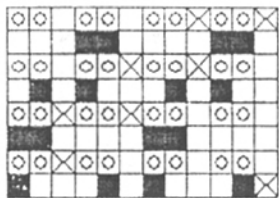


图2 双层织物组织图, 表、里经排列比为 2:1

Fig. 2 Weave diagram of double cloth, the ratio of upper and under warp is 2:1

1.1 表里分离的双层织物组织

双层组织^[1]是二系统的经纱与纬纱交织形成上下二层的织物, 根据用途的不同, 上下层可以分离也可以连接在一起。上层的经纱和纬纱称为表经和表纬, 下层的经纱和纬纱称为里经和里纬。图1表示的是一个无接结的双层织物组织图。由于双层织造, 织里纬时表经必须全部提起^[2], 因此, 在组织图中表经与里纬相交的方格中, 加上了特有的经组织点, 图中用符号‘ $\odot$ ’表示。

图1所示的双层织物, 表里经纱和纬纱的排列比均是 1:1, 两层经、纬纱是交替排列的。双层组织经、纬纱线的排列比随采用的纱线特数、织物的要求而定, 通常是 1:1, 也可以是 2:1, 2:2, 3:1 等, 且表里经纱和表里纬纱的排列比还可以不同。图2所示的双层织物, 其表里组织与图1相同, 但表里排列比为 2:1, 表里纬排列比仍是 1:1, 从组织图中看出, 其经循环扩大了。因此, 双层组织的经、纬循环数与表里经(纬)纱的排列比有关。

图1及图2中的 $\blacksquare$ 表示第1层经组织点; $\boxtimes$ 表示第2层经组织点; $\odot$ 表示提经组织点; $\square$ 表示纬组织点。

1.2 表里分离的双层织物组织的数学模型

当织物组织用 0, 1 矩阵^[3]描述后, 织物组织的设计可转化为组织矩阵之间的映射变换。用与

* 收稿日期: 2006-10-28

作者简介: 王玮玲(1976-), 女, 江苏盐城市人, 讲师, 硕士, 主要研究方向为纺织新产品与新技术。

单层织物和重组织相同的方法,一个双层织物组织也可以表示成一个二维矩阵^[4],通常用 0 表示纬组织点,1 表示经组织点。但由于双层织物组织是由两个系统的经、纬纱交织形成的,经、纬纱组织点的性质和含义各不相同,因此,双层织物组织也用整数矩阵表示各层的经组织点。

按上述定义,图 1,图 2 所示的表里分离的双层织物组织所对应的组织矩分别表示为:

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 & 0 & 2 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 1 & 2 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 1 & 2 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 0 & 2 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

和

$$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 & 2 & 2 & 0 & 2 & 2 & 1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 2 & 2 & 1 & 2 & 2 & 1 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 2 & 2 & 1 & 2 & 2 & 0 & 2 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 2 & 2 & 0 & 2 & 2 & 0 & 2 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

2 接结双层组织及其数学模型

2.1 接结双层组织

在双层织物组织中,上下两层组织通过接结紧密地连接在一起,称为接结双层组织,其表里两层的接结方法有 接结经接结法,接结纬接结法和自接结法。当采用接结经或接结纬接结法时,用纱量增加,并且,接结经来往于两层之间,张力较大,所以较少采用。因此,这里只讨论自接结双层组织。

自接结双层组织是利用系统本身的经、纬纱进行接结^[5]。图 3 是以 $\frac{3}{3}$ 斜纹为表里基础组织,表里经纬纱线的排列比都是 1:1,接结组织为 $\frac{1}{5}$ 斜纹的里经接结双层组织。

根据织物组织学理论,接结双层组织设计时必须满足 接结点分布均匀,接结点分布的部位,对织物正面而言,如接结点是经组织点,则应位于表经浮长线之间,如系纬组织点,则应位于表纬浮长线之间。

2.2 接结双层织物的数学模型

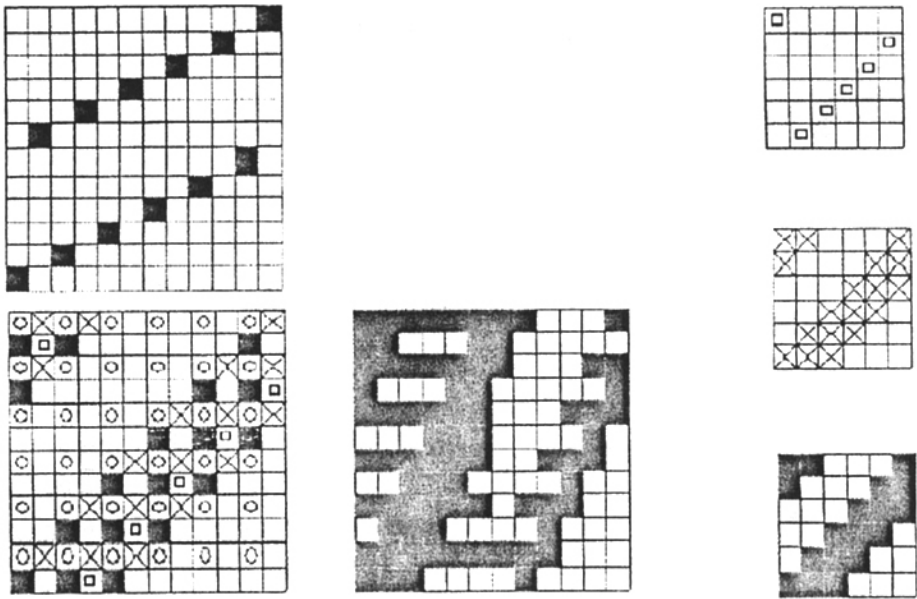


图 3 $\frac{3}{3}$ 双层斜纹组织上机图

Fig. 3 looming draft of $\frac{3}{3}$ double twill weave

由于接结双层组织通过接结紧密连接在一起,接结组织用 $\square$ 表示,其他的组织点与表里分离的双层织物组织相同,同时约定以下规则:

表经与表纬的关系用 0,1 表示;

里经与里纬的关系用 0,2 表示;

表纬与里经的关系用 0,3 表示;

表经与里纬的关系用 0,4 表示;

0 表示综框不提升,整数 1,2,3,4 表示综框

提升。

根据上述定义,图 3 所对应的矩阵分为表层组织矩阵 A_1 ,里层组织矩阵 A_2 ,采用里经接结法的接结矩阵 A_3 , $4_{6\times 6}$ 矩阵(4 矩阵的含义是表经在里纬之上)。分别表示如下:

$$\begin{aligned} A_1 &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ A_2 &= \begin{bmatrix} 2 & 2 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ A_3 &= \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ A_4 &= \begin{bmatrix} 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

这个矩阵的性质与单层组织矩阵相同,这样就可以运用单层织物中的数学模型来分析双层织物。

$$C = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 4 & 2 & 4 & 0 & 4 & 0 & 4 & 0 & 4 & 2 \\ 1 & 3 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 4 & 0 & 4 & 0 & 4 & 0 & 4 & 2 & 4 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 3 \\ 4 & 0 & 4 & 0 & 4 & 0 & 4 & 2 & 4 & 2 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 3 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 4 & 0 & 4 & 2 & 4 & 2 & 4 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 4 & 2 & 4 & 2 & 4 & 2 & 4 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 4 & 2 & 4 & 2 & 4 & 0 & 4 & 0 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

它可以分解为 C_1 、 C_2 、 C_3 和 C_4 四个矩阵之和。即 $C = C_1 + C_2 + C_3 + C_4$ 。 C_1 、 C_2 、 C_3 和 C_4 四个矩阵分别表示如下 其中,

$$\begin{aligned} C_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ C_2 &= \begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 2 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 2 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 2 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ C_3 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ C_4 &= \begin{bmatrix} 4 & 0 & 4 & 0 & 4 & 0 & 4 & 0 & 4 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 4 & 0 & 4 & 0 & 4 & 0 & 4 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 4 & 0 & 4 & 0 & 4 & 0 & 4 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 4 & 0 & 4 & 0 & 4 & 0 & 4 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 4 & 0 & 4 & 0 & 4 & 0 & 4 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 4 & 0 & 4 & 0 & 4 & 0 & 4 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

C_1 是由表组织 $\frac{3}{3}$ 斜纹 A_1 用纹板连接阵 B_1

左乘,再用穿综阵 B_1 右乘得到,其中,

$$B^1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

B^1 可以简化为 $B^1 = (0, 1, 0, 2, 0, 3, 0, 4, 0, 5, 0, 6)$;

B_1 可以简化为 $B_1 = (1, 0, 2, 0, 3, 0, 4, 0, 5, 0, 6, 0)$ 。

C_2 是由里组织 $\frac{3}{3}$ 斜纹 A_2 用纹板连接阵 B^2

左乘,再用穿综阵 B_2 右乘得到,

$$B^2 = (1, 0, 2, 0, 3, 0, 4, 0, 5, 0, 6, 0);$$

$$B_2 = (0, 1, 0, 2, 0, 3, 0, 4, 0, 5, 0, 6)。$$

C_3 是由接结组织 $\frac{1}{5}$ 斜纹 A_3 用纹板连接阵

B^3 左乘,再用穿综阵 B_3 右乘得到;

$$B^3 = (0, 1, 0, 2, 0, 3, 0, 4, 0, 5, 0, 6);$$

$$B_3 = (1, 0, 2, 0, 3, 0, 4, 0, 5, 0, 6, 0)。$$

C_4 可以看成是 $4_{6 \times 6}$ 矩阵 A_4 用纹板矩阵 B^4

左乘,再用 B_4 右乘得到。

$$B^4 = (1, 0, 2, 0, 3, 0, 4, 0, 5, 0, 6, 0);$$

$$B_4 = (1, 0, 2, 0, 3, 0, 4, 0, 5, 0, 6, 0)。$$

故有 $\mathcal{C} = B^1 A_1 B_1 + B^2 A_2 B_2 + B^3 A_3 B_3 + B^4 A_4 B_4$

合并 B^1 和 B^2 得到 (I, 1, II, 2, III, 3, IV, 4, V, 5, VI, 6), 这与表里纬排列相一致。合并 B_1 和 B_2 得到 (1, I, 2, II, 3, III, 4, IV, 5, V, 6, VI), 这与表里经纱排列相一致。

3 结论

在织物组织设计中,建立合适的数学模型,并给出相应的算法是实现组织设计手段现代化的关键。利用矩阵建立机织物数学模型,生成双层织物的组织图和很简单地计算出双层织物组织的基本参数,这样可以预测出双层织物的一些组织的特征和结构,并能由计算机自动绘制出织物组织图来,从而形成了简单、高效织物设计 CAD,并可以形成 CAM 的一个模块。

参考文献:

- [1] 严洁英,顾平. 织物组织与纹织学[M]. 北京 纺织工业出版社,1981.
- [2] 蔡陞霞. 织物结构与计[M]. 北京 纺织工业出版社,1992.
- [3] 李枚萼,陈晓钢. 用微机进行织物设计中的数学模型[J]. 纺织学报,1988(7) 34-36.
- [4] 商欣萍. 织物计算机辅助设计[D]. 大连 大连轻工业学院,1999.
- [5] 陈业彤,林建萍. 接结双层织物的几种设计方法[J]. 山东纺织科技,1998(1) 17-20.

Mathematical Models for Double Layer Fabric

WANG Wei - ling

(School of Textile and Garment, Yancheng Institute of Technology, Jiangsu Yancheng 224003, China)

Abstract In order to carry out the CAD for double - layer fabric conveniently, the paper proposes mathematical models for designing double cloth in which the face layer and back layer are separated and for binding double cloth with integral matrixes, which are the basis of fabrics weaves and are structured with the principle of matrix theory. That the double - layer weaves of 3D structure will be predigested as a 2D matrix, so as to build a foundation of double warp weave CAD.

Keywords mathematical model; double layer fabric; integral matrixes