

数码相机外部参数直角三点标定方法的研究

姜大志, 孙俊兰

(盐城工学院 机械工程学院, 江苏 盐城 224003)

摘要:提出了采用成直角关系的3点作为标定装置来求解数码相机的外部参数。该方法是利用三角形标定装置的成像过程, 建立一个与标定装置相似的三角形, 再利用直角三角形两直角边正交的特点, 建立数码相机外部参数的数学模型。推导了数码相机拍摄图像时的外部参数矩阵中各参变量的计算公式。实验证明了这种方法的可行性和实用性。

关键词:数码相机; 标定; 图像; 矩阵

中图分类号: TP391 **文献标识码:** A **文章编号:** 1671-5322(2007)03-0001-04

机器视觉是一门新兴的学科。随着计算机硬件、软件、图像采集、数字信号处理技术的迅速发展, 机器视觉的理论和技术已被广泛地应用于医学图像处理、机器人技术、文字识别、工业检测、军事侦察、地理勘察和现场测量等。数码相机是机器视觉中主要的图像采集设备之一。在应用机器视觉技术进行定量分析时, 数码相机作为原始图像的采集设备, 必须进行系统标定。标定参数的精度直接影响到最终的定量分析的精度。国内外许多学者对相机参数标定做了大量的研究^[1-3], 提出了多种标定方法。通常的标定方法都是先求出综合标定矩阵, 再根据综合标定矩阵中的元素分解出相机的内部参数和外部参数。用这种方法求得的内外部参数误差较大^[4-5]。文献[6]提出数码相机内外参数分组标定的方法, 可以在实验室条件下求解出与数码相机结构有关的内部参数。再通过现场的标定装置求出相机的外部参数。用以上方法求解相机外部参数仍需要6个或6个以上已知坐标点的标定装置。

本文在数码相机参数分组标定方法^[3]研究的基础上, 提出了一种新的数码相机外部参数的标定方法, 这种方法仅需要成直角关系的3个已知点作为标定装置, 就可以方便地确定相机拍摄图像时的外部参数。

1 数码相机成像几何模型

数码相机图像拍摄实际上是一个光学成像过程。可以将此过程分为3个步骤、隶属于4个坐标系^[6]。

世界坐标系为根据自然环境选定的坐标系, 坐标值用 (x_w, y_w, z_w) 表示。图像坐标系为坐标原点在 CCD 图像平面的中心, X 轴、 Y 轴分别为平行于图像平面的两条垂直边, 坐标值用 (x, y) 表示。像素坐标系为坐标原点在 CCD 图像平面的左上角, U 轴、 V 轴分别平行于图像坐标系的 X 轴和 Y 轴, 坐标值用 (u, v) 来表示, 且为离散的整数值。光心坐标系为以相机的光心为坐标原点, X 轴、 Y 轴分别平行于图像坐标系的 X 轴和 Y 轴, 相机的光轴为 Z_c 轴, 坐标值用 (x_c, y_c, z_c) 表示。

光学成像的理论模型是针孔模型, 成像的3个步骤分别是将世界坐标系中的信息转换到光心坐标系, 再由光心坐标系投影到图像坐标系, 最后由图像坐标系转换到像素坐标系。由世界坐标系到像素坐标系的转换关系为:

$$Z_c \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f/dx & 0 & u_0 & 0 \\ 0 & f/dy & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R & t \\ 0^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

收稿日期: 2007-05-21

作者简介: 姜大志(1957-), 男, 江苏建湖县人, 副教授, 博士, 主要研究方向为机器视觉、CAD/CAM /CAID/CIMS/ERP、机械设计与制造。

其中

$$R = \begin{bmatrix} \cos\alpha\cos\beta & \cos\alpha\sin\beta & -\sin\alpha \\ \sin\alpha\cos\beta & \sin\alpha\sin\beta & \cos\alpha \\ -\sin\beta & \cos\beta & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$t = [t_x \ t_y \ t_z]^T \quad (3)$$

可将公式(1)简化成:

$$Z_c \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = NH \begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \end{bmatrix} \quad (4)$$

N 为公式(1)右边第1项,是与相机内部参数有关的矩阵, H 为公式(1)右边第2项,是与相机外部参数有关矩阵。相机内部参数的标定方法文献[3]中已经提出了合适的求解方法,本文提出一种新的相机外部参数标定方法——即利用已知成直角三点的标定装置实现外部参数的标定。

2 数码相机外部参数直角3点标定法的原理和数学模型

根据射影对应定理:已知两个点列间的3对应点,则可以决定唯一一个射影对应,即射影对应被其3对对应点所唯一确定^[7]。根据这个射影对应定理,在三维空间中3个点及它们的像点决定了唯一的投影关系,也就决定了相机拍摄图像时的全部外部参数。这一定理也可从公式(1)、(2)和(3)中得到证明,相机的外部参数矩阵中实际上有6个未知参数,通过3个对应点可以建立6个独立的方程,也就是说通过3个特征点就可以求得相机外参数的一组唯一解,这和射影对应定理是一致的。理论上可以采用任意3个特征点的对应关系求出相机拍摄的全部外参数,但由任意3点建立的数学模型过于复杂,不便于求解,这里选择成直角关系的3点作为标定装置。可以用这3点形成世界坐标系,直角顶点为世界坐标系的原点,两条直角边就是两个坐标轴。3个特征点在世界坐标系中的坐标分别为: $A(0,0,0)$, $B(x_{w0},0,0)$ 和 $C(0,y_{w0},0)$ 。3个特征点的成像原理如图1。

图1中 O 点为光心, $X-Y$ 平面为成像平面, A,B,C 为成直角关系的3个特征点, A 为直角顶点, a,b,c 是3个特征点的像。从图1 3个特征点的成像示意图中可以看出,成像时各特征点和自

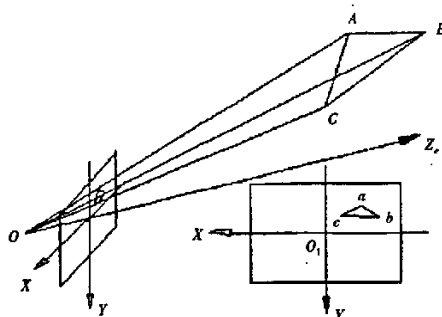


图1 3个特征点的成像示意图

Fig.1 Imaging sketch of three characteristic points

身的像点是在同一根来自于光心的光线上,它们的像是成像平面和这些光线的交点。它们的像点在图像坐标系中的坐标分别为: $a(x_{a0},y_{a0})$, $b(x_{b0},y_{b0})$, $c(x_{c0},y_{c0})$ 。

可假设成像平面上的 a 点不动, b 点和 c 点沿其所在的光线分别移动到 b_1 和 c_1 点,使 ab_1 和 ac_1 分别平行于 AB 和 AC ,这样三角形 ab_1c_1 就成了三角形 ABC 的相似形,相似比为: $p = z_{c1}/f$ 。设 b_1 点和 c_1 在 Z_c 方向上的移动量分别为: z_{b1} 和 z_{c1} ,则 b_1 点和 c_1 点在图像坐标系中的坐标将变成:

$$b_1(x_{b1},y_{b1},z_{b1}), c_1(x_{c1},y_{c1},z_{c1})$$

其中:

$$\begin{aligned} x_{b1} &= x_{b0} \frac{z_{b1} + f}{f} & x_{c1} &= x_{c0} \frac{z_{c1} + f}{f} \\ y_{b1} &= y_{b0} \frac{z_{b1} + f}{f} & y_{c1} &= y_{c0} \frac{z_{c1} + f}{f} \end{aligned} \quad (5)$$

三角形 ab_1c_1 是1个直角三角形, ab_1 和 ac_1 是两条相垂直的直角边。则有:

$$(x_{b1} - x_{a0})(x_{c1} - x_{a0}) + (y_{b1} - y_{a0})(y_{c1} - y_{a0} + z_{b1}z_{c1}) = 0 \quad (6)$$

展开并整理(6)得:

$$a_1 z_{b1} + a_2 z_{c1} + a_3 z_{b1} z_{c1} + a_4 = 0 \quad (7)$$

其中:

$$\begin{aligned} a_1 &= f x_{b0} x_{c0} - f x_{b0} x_{c0} + f y_{b0} y_{c0} - f y_{b0} y_{c0} \\ a_2 &= f x_{b0} x_{c0} - f x_{c0} x_{c0} + f y_{b0} y_{c0} - f y_{c0} y_{c0} \\ a_3 &= x_{b0} x_{c0} + y_{b0} y_{c0} - f^2 \\ a_4 &= f^2 (y_{b0} y_{c0} - y_{b0} y_{c0} - y_{c0} y_{c0} + y_{c0}^2 + \\ &\quad x_{b0} x_{c0} - x_{b0} x_{c0} - x_{c0} x_{c0} + x_{c0}^2) \end{aligned} \quad (8)$$

因为有三角形 ab_1c_1 与三角形 ABC 相似,所以有:

$$p = \frac{ab_1}{AB} \quad p = \frac{ac_1}{AC} \quad (9)$$

则有:

$$\frac{(x_{b1} - x_{a0})^2 + (y_{b1} - y_{a0})^2 + z_{b1}^2}{(x_{c1} - x_{a0})^2 + (y_{c1} - y_{a0})^2 + z_{c1}^2} = \frac{x_{wb}^2}{y_{wc}^2}$$

整理得:

$$b_1 x_{b1}^2 + b_2 z_{b1} + b_3 = b_4 z_{c1}^2 + b_5 z_{c1} + b_6 \quad (10)$$

其中:

$$b_0 = \frac{x_{wb}^2}{y_{wc}^2}$$

$$b_1 = x_{a0}^2 + y_{a0}^2 + f^2$$

$$b_2 = 2f(x_{a0}^2 + y_{a0}^2 - x_{a0}x_{b0} - y_{a0}y_{b0})$$

$$b_3 = f^2(x_{a0}^2 + y_{a0}^2 - 2x_{a0}x_{b0} - 2y_{a0}y_{b0} + x_{a0}^2 + y_{a0}^2) \quad (11)$$

$$b_4 = b_0(x_{a0}^2 + y_{a0}^2 + f^2)$$

$$b_5 = 2b_0f(x_{a0}^2 + y_{a0}^2 - x_{a0}x_{c0} - y_{a0}y_{c0})$$

$$b_6 = b_0f^2(x_{a0}^2 + y_{a0}^2 - 2x_{a0}x_{c0} - 2y_{a0}y_{c0} + x_{a0}^2 + y_{a0}^2)$$

由(7)和(10)可分别求解出 z_{b1} 和 z_{c1} , 通过(5)和(9)求出相似比及 A、B、C 3 点在光心坐标系中的坐标为:

$$\begin{aligned} x_{c1} &= px_{a0} & x_{c1} &= px_{a0} & x_{c1} &= px_{a0} \\ x_{c1} &= px_{a0} & x_{c1} &= px_{a0} & x_{c1} &= px_{a0} \end{aligned} \quad (12)$$

$$x_{c1} = px_{a0} \quad x_{c1} = px_{a0} \quad x_{c1} = px_{a0}$$

其中 x_{c1}, y_{c1} 和 z_{c1} 就是相机外部参数中的 t_x, t_y 和 t_z 。这里已经有了 A、B、C 3 点的世界坐标和它们在光心坐标系中的坐标值, 这两个坐标系之间的关系为:

$$\begin{bmatrix} x_{c1} \\ y_{c1} \\ z_{c1} \end{bmatrix} = [R \quad t] \begin{bmatrix} x_{wb} \\ y_{wb} \\ z_{wb} \end{bmatrix} \quad (13)$$

将 B、C 两点的坐标和对应的光心坐标系的坐标以及 t_x, t_y 和 t_z 的结果代入(13)可得:

$$\begin{aligned} z_{cB} &= -x_{wb} \sin \alpha + t_z \\ y_{cB} &= x_{wb} \cos \alpha \sin \gamma + t_y \\ z_{cC} &= x_{wc} \cos \alpha \cos \beta + t_z \end{aligned} \quad (14)$$

由此求得:

$$\begin{aligned} \alpha &= \arcsin(t_z - z_{cB}) \\ \beta &= \arccos[(z_{cC} - t_z)/y_{wc} \cos \alpha] \\ \gamma &= \arccos[(y_{cB} - t_y)/x_{wb} \cos \alpha] \end{aligned} \quad (15)$$

由此求得相机的全部外部参数, 这种方法求得的相机的外参数全部是显式解。

3 数码相机外参数直角 3 点标定法的实验

在对数码相机外参数直角 3 点标定法的实验中, 采用 olympus C-2500L 的数码相机, 焦距为

9.2 mm, 图像分辨率为 1712×1368 , 标定装置选用的是标准 A4 纸, 拍摄的图像如图 2。选 A4 纸的 A、B、C 3 个顶点为特征点, A 点为世界坐标系的原点, AB、AC 分别为世界坐标系的 X 轴和 Y 轴。A、B、C 3 点在世界坐标系和对应像点在像素坐标系中的坐标值见表 1。



图2 以标准 A4 纸为标定装置的实验图像

Fig.2 Experimental image of calibration apparatus by Aupaper

由式(7)和(10)采用迭代算法求得 z_{b1} 和 z_{c1} 的解:

$$z_{b1} = 0.6441 \quad z_{c1} = -0.6678$$

由式(5)和(9)求得 A、B、C 3 点在光心坐标系中的坐标值, 详见表 2。

表1 A、B、C 3 点的世界坐标及像点的像素坐标

Table 1 World coordinate of A、B、C three points and pixel coordinate of image point

	X_w/mm	Y_w/mm	Z_w/mm	$U(\text{像素})$	$V(\text{像素})$
A	0	0	0	1350	439
B	210	0	0	1178	280
C	0	297	0	1024	577

表2 A、B、C 3 点在光心坐标系中的坐标

Table 2 Coordinate of A、B、C three points on opties center

	x_c	y_c	z_c
A	367.12	-182.22	1588.00
B	256.05	-321.61	1699.17
C	115.79	-73.81	1472.75

有了 3 个特征点在光心坐标系中的坐标, 可通过式(15)求解数码相机的所有外部参数。

$$\begin{aligned} t_x &= 367.12 & \alpha &= -31.97^\circ \\ t_y &= -182.22 & \beta &= -27.22^\circ \\ t_z &= 1588.00 & \gamma &= -51.43^\circ \end{aligned}$$

得到外部参数矩阵 H 为:

$$H = \begin{bmatrix} -0.528\ 9 & -0.846\ 2 & -0.082\ 9 & 367.12 \\ -0.663\ 3 & 0.365\ 0 & -0.651\ 2 & -182.22 \\ 0.524\ 9 & -0.388\ 1 & 0.754\ 4 & 1\ 588.00 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

按文献[3]数码相机的内部参数矩阵为:

$$N = \begin{bmatrix} 2\ 136.8 & 0 & 856 & 0 \\ 0 & 2\ 135.1 & 684 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

将外部参数矩阵 H 和图 2 中 1-6 点的世界坐标代入式(1)中,可求得这 6 个点对应的像素坐标的计算值,如表 3 所示。

从表 3 的数据中可以看出,利用直角 3 点标定法求得相机外部参数,并以此建立相机的数学模型,世界坐标系中的这些特征点通过这个成像模型所形成的像素坐标,与实际相机成像的像素坐标有很好的 consistency。

4 结论

本文提出了利用成直角关系的 3 点作为数码

参考文献:

- [1] Lu R S, Li Y F. Calibration of a 3D Vision System Using Pattern Projection[J]. Sensors and Actuators A, 2003, 104: 94 - 102.
- [2] Xiaoqiao Meng, Zhenyi Hu. A new easy camera calibration technique on circular points[J]. Pattern Recognition, 2003, 36: 1155 - 1164.
- [3] Hati S, Sengupta S. Robust camera parameter estimation using genetic algorithm[J]. Pattern Recognition letters, 2001, 22: 289 - 298.
- [4] 马颂德, 张正友. 计算机视觉——计算理论与算法基础[M]. 北京: 科学出版社, 1998.
- [5] Tsai R Y. A versatile camera calibration technique for high - accuracy 3d machine vision metrology using off - the - shelf TV cameras and lenses[J]. IEEE J. Robotics Automat. 1987, 3(4): 323 - 344.
- [6] 姜大志, 孙闵, 丁秋林, 等. 数码相机标定方法的研究[J]. 南京航空航天大学学报, 2001, 33(1): 55 - 59.
- [7] 梅向明, 刘增贤, 林向岩. 高等几何[M]. 北京: 高等教育出版社, 1983.

表 3 特征点像素坐标的图像读取值和计算值

Table 3 Image reading and resnt of charouteristic pixels

	取点像素坐标		计算像素坐标	
	U	V	U	V
1	676	388	679	383
2	1 208	208	1 196	212
3	1 476	442	1 487	448
4	1 391	678	1 383	685
5	916	949	921	941
6	692	636	681	643

相机外部参数求解的标定装置,介绍了这种方法的原理。利用成直角关系的 3 点在图像中的成像关系,建立数码相机外部参数的数学模型,并推导出数码相机的外部参数和这 3 点的世界坐标、像素坐标之间的计算公式。实验证明这种方法是可行的、实用的。这种方法为便携普通数码相机进行现场拍摄的外部参数标定提供了很大的方便。

Research of Right - angle Three Points Calibration Method for Exterior Parameters of Digital Camera

JIANG Da-zhi, SUN Jun-lan

(Machinery Engineering School, Yancheng Institute of Technology, Jiangsu Yancheng 224003, China)

Abstract: A method is brought forward that exterior parameters of digital camera are calibrated with calibration apparatus of right - angle three points in this paper. A triangle similar to calibration apparatus is built with imaging process of the apparatus. A mathematical model is built on digital camera exterior parameters in which characteristic of right - angle triangle is used. Calculation formulas of all exterior parameters of the digital camera imaging are derived. Experiment has proved that the method is feasible and usable.

Keywords: digital camera; calibration; image; matrix