基于 B 样条的明视觉光谱光效率特性曲线拟合

许会芳
(安徽大学 电子科学与技术学院,安徽 合肥 230039)

摘要:探索了在 MATLAB 环境下,基于三次均匀 B 样条的明视觉光谱光效率特性曲线的拟合方法,解决用一般的曲线拟合方法存在的拟合精度不高或曲线形状畸变的问题。结果表明,采用该方法可以较好地拟合明视觉光谱光效率特性曲线。

关键词:样条;光谱光效率特性;曲线拟合
中图分类号:TP302.4 **文献标识码**:A **文章编号**:1671-5322(2007)02-0032-03

1 研究背景

在应用领域中,经常给定一组有序的数据点,要求构造一条曲线顺序通过这些数据点,称为对该数据点进行插值,所构造的曲线称为插值曲线;也或者是构造一条曲线在某种意义下更为接近所给定的数据点,所构造的曲线称为逼近曲线。插值与逼近统称为拟合[1]。也就是说我们总希望能找到一个解析函数用它来描述给定点的变化规律并且可以用来预测,这就是曲线拟合。本文研究的是明视觉的光谱光效率曲线,显然是明视觉与光波长的关系,其曲线的得来当然也是通过实验获得数据,然后对实验数据进行曲线拟合而得到的。笔者采用 MATLAB 软件来编写实验数据的特性曲线拟合。

2 常见的曲线拟合方法

曲线拟合是用连续曲线近似地刻画或比拟平面上离散点组函数关系的一种数据处理方法。常见的曲线拟合的方法有[2]:一类是由与数据的背景资料规律相适应的解析表达式约束的曲线拟合,此时采用的最常用的方法是最小二乘曲线拟合;一类是用几何方法或神经网络的拓扑结构确定数据关系的曲线拟合。本文运用样条函数应用于曲线拟合,曲线拟合的样条种类主要有[1]:(1)参数样条曲线,该种方法首先要对给定的数据点实行参数化,而实行参数化的方法主要有:①均匀参数化法,这种方法仅仅适合于数据点多边形各边接近相等的场合;②积累弦长参数化法;③福利参数化法;④向心参数化法。(2)B 样条曲线;

最小二乘法曲线拟合的基本思路是 $f(x)=\sum_{i=0}^{m}a_ik_i(x)$,其中 $k_i(x)$ 是事先选定的一组函数:a_i 是待定系数($i=0,1,2\cdots m, m<n$),寻求 $a_0,a_1,a_2\cdots a_m$ 使得 $J=\sum(f(x_i)-y_i)^2$ 最小,即称为最小二乘法准则[3]。当选取 $f(x)=a_0+a_1x$ 为线性拟合,$f(x)=a_0+a_1e^x$ 为指数拟合。若采用

$$f(x)=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots a_mx^m \quad (1)$$

为多项式拟合,其对应的矩阵形式为:

$$\begin{bmatrix}1 & x_0 & \cdots & x_0^m\\ 1 & x_1 & \cdots & x_1^m\\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots\\ 1 & x_n & \cdots & x_n^m\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a_0\\ a_1\\ \vdots\\ a_m\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}y_0\\ y_1\\ \vdots\\ y_n\end{bmatrix} \quad (2)$$

确定好 m 的值以后,将实验数据代入矩阵,然后采用矩阵的除法就可以求出所需要的值,这种方法看起来相对比较简单。

若采用这种方法进行拟合,比如在 $i=2$ 时,便可大致拟合出曲线的形状,但拟合的精度较低。当采用高次多项式拟合时,尽管可以提高拟合的精度,但带来一个弊端,曲线的形状会产生畸变。鉴于此,本文拟采用 B 样条曲线拟合方法。

收稿日期:2007-04-19
作者简介:许会芳(1979-),女,安徽安庆人,硕士研究生,主要研究方向为视频及图像处理、图像质量评价。

万方数据

3　B 样条曲线拟合方法基本原理

自从 20 世纪 70 年代以来,B 样条方法在自由曲线技术中得到了飞速的发展。B 样条方法的基本思想是基于分段思想,将特性曲线根据几何形状进行分段,各段采用简单的多项式逼近,同时各段之间光滑连接,可以高精度地将实验数据拟合成为光滑的曲线。下面介绍均匀 B 样条曲线参数形式的数学表述:

$$P_{i,n}(t)=\sum_{k=0}^{n}F_{k,n}(t)P_{i+k}\quad 0\leqslant t\leqslant 1,i=0,1,2,\cdots,m \tag{3}$$

$$F_{k,n}(t)=\frac{1}{n!}\sum_{j=0}^{n-k}(-1)^j C_{n+1}^{j}(t+n-k-j)^n\ t\in[0,1],k=0,1,\cdots,n \tag{4}$$

式(3)左边的 P 表示第 i 段 n 次 B 样条曲线上点的坐标$(x(t),y(t))$,F 表示 B 样条基函数,右边的 P 表示 B 样条曲线的顶点(x_{i+k},y_{i+k}),每段 B 样条曲线仅仅与相邻的 $n+1$ 个顶点有关,如果给定 $m+n+1$ 个顶点 $P_i(i=0,1,2,\cdots\cdots,m+n)$,则可以定义 $m+1$ 段 n 次的参数曲线,每段曲线的端点$(t=0,t=1)$称为节点,连接全部曲线段所组成的整条曲线称为 n 次 B 样条曲线。其中最常用的是 3 次 B 样条曲线,当 $n=3$ 时,由式(4)可以求得 3 次 B 样条基函数为:

$$\begin{cases}F_{0,3}=\dfrac{1}{6}(-t^3+3t^2-3t+1)\\ F_{1,3}=\dfrac{1}{6}(3t^3-6t^2+4)\\ F_{2,3}=\dfrac{1}{6}(-3t^3+3t^2+3t+1)\\ F_{3,3}=\dfrac{1}{6}t^3\end{cases} \tag{5}$$

将(3)式写成矩阵形式为:

$$P_{i,3}=\sum_{k=0}^{n}F_{k,3}(t)P_{i+k}=\frac{1}{6}[t^3\quad t^2\quad t\quad 1]\times\begin{bmatrix}-1&3&-3&1\\3&-6&3&0\\-3&0&3&0\\1&4&1&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}P_{i+0}\\P_{i+1}\\P_{i+2}\\P_{i+3}\end{bmatrix} \tag{6}$$

所以,由(3)式可以得到下面的式子:

$$P(t)=(x(t),y(t))=[F_{0,3}\ F_{1,3}\ F_{2,3}\ F_{3,3}]\begin{bmatrix}P_{i+0}\\P_{i+1}\\P_{i+2}\\P_{i+3}\end{bmatrix} \tag{7}$$

因此,对式(7)进行展开,以 t 为参变量对关系式进行整理,可以得到:$x(t)=a_x t^3+b_x t^2+c_x t+d_x$ 和 $y(t)=a_y t^3+b_y t^2+c_y t+d_y$ $(2\leqslant i\leqslant n-2,0\leqslant t\leqslant 1)$,其中

$$\begin{cases}a_x=-\dfrac{1}{6}x_{i+0}+\dfrac{1}{2}x_{i+1}-\dfrac{1}{2}x_{i+2}+\dfrac{1}{6}x_{i+3}\\ b_x=\dfrac{1}{2}x_{i+0}-x_{i+1}+\dfrac{1}{2}x_{i+2}\\ c_x=-\dfrac{1}{2}x_{i+0}+\dfrac{1}{2}x_{i+2}\\ d_x=\dfrac{1}{6}x_{i+0}+\dfrac{2}{3}x_{i+1}+\dfrac{1}{6}x_{i+2}\end{cases} \tag{8}$$

$$\begin{cases}a_y=-\dfrac{1}{6}y_{i+0}+\dfrac{1}{2}y_{i+1}-\dfrac{1}{2}y_{i+2}+\dfrac{1}{6}y_{i+3}\\ b_y=\dfrac{1}{2}y_{i+0}-y_{i+1}+\dfrac{1}{2}y_{i+2}\\ c_y=-\dfrac{1}{2}y_{i+0}+\dfrac{1}{2}y_{i+2}\\ a_y=\dfrac{1}{6}y_{i+0}+\dfrac{2}{3}y_{i+1}+\dfrac{1}{6}y_{i+2}\end{cases} \tag{9}$$

在进行拟合时,我们可以发现,参数方程是一个 3 次多项式,按照下式计算:

$$\begin{cases}x(t)=((a_x\cdot t+b_x)\cdot t+c_x)\cdot t+d_x\\ y(t)=((a_y\cdot t+b_y)\cdot t+c_y)\cdot t+d_y\end{cases} \tag{10}$$

4　算法实现

MATLAB 已经成为应用线性代数、自动控制理论、数据统计等高级课题的基本数学工具,被广泛应用于各种具体的工程问题。MATLAB 具有极强的数值和符号计算功能,设计的程序具有结构简单、程序行少、执行效率高的特点[4-6]。因此,本文通过 MATLAB 编程来实现。

MATLAB 的源程序如下:

输入为 x,y 向量。其程序如下:

```
%输入:x 表示光波长值,y 表示对应明视觉的值,样本点 x,y 以行向量给出;
x = [400,410,420,430,440,450,460,470,480,490,500,510,520,530,540,550,560,570,580,590,600,610,620,630,640,650,660,670,680,690,700,710,720,730,740,750,760];
m = length(x) -3;
is = 1;
xc = ones(1,(length(x) -3) *11);
y = [0.000 4,0.001 2,0.004 0,0.011 6,0.023,0.038,0.060,0.091,0.139,0.208,0.323,0.503,
```

万方数据

```
0.710,0.862,0.954,0.995,0.995,0.952,0.870,
0.757,0.631,0.503,0.381,0.265,0.175,0.107,
0.061,0.032,0.017,0.008 2,0.004 1,0.002 1,
0.001 05,0.000 52,0.000 25,0.000 12,0.000 06];
    yc = ones(1,(length(y) -3) *11);
    for i = 1:m
    ax = -x(i)/6 +x(i+1)/2 -x(i+2)/2 +x
(i+3)/6;
    bx = x(i)/2 -x(i+1) +x(i+2)/2;
    cx = -x(i)/2 +x(i+2)/2;
    dx = x(i)/6 +2 *x(i+1)/3 +x(i+2)/6;
    ay = -y(i)/6 +y(i+1)/2 -y(i+2)/2 +
    y(i+3)/6;
    by = y(i)/2 -y(i+1) +y(i+2)/2;
    cy = -y(i)/2 +y(i+2)/2;
    dy = y(i)/6 +2 *y(i+1)/3 +y(i+2)/6;
    for j = 1:11
      t = (j -1)/10.0;
      xc(is) = ((ax *t +bx) *t +cx) *t +dx;
      yc(is) = ((ay *t +by) *t +cy) *t +dy;
      is = is +1;
        end
    end
    plot(xc,yc);
    title('明视觉光谱光效率曲线');
    xlabel('波长/nm');
    ylabel('相对视敏度');
```

拟合的光谱光效率明视觉的特性曲线如图 1 所示。

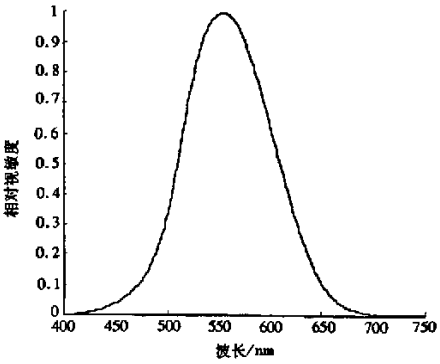

图 1 明视觉光谱光效率曲线

Fig. 1 Optical spectrum efficiency for the visual characteristic curve fitting

5 小结

用 *B* 样条拟合数据曲线,其表现良好,光滑性较好,由于其局部变形及整体规则性,*B* 样条曲线能很好的反映实验数据点,相比于多项式拟合 *B* 样条更能很好的逼近实验问题。本文探索了将三次均匀样条方法应用于光谱光效率特性曲线的拟合,根据曲线的形状将其分解成形状相对简单的几段,给定节点的横坐标后,导出节点的最优纵坐标公式,从拟合的曲线来看,本方法能克服一般拟合方法中存在的拟合精度不高或曲线形状畸形的问题,可以高精度的将测试到的数据拟合成光滑的特性曲线。

参考文献:

[1] 施法中. 计算机辅助几何设计与非均匀有理 *B* 样条[M]. 北京:高等教育出版社,2001.
[2] 乔立山 王玉兰 曾锦光. 实验数据处理中曲线拟合方法探讨[J]. 成都理工大学学报:自然科学版,2004,31(1):91 - 95.
[3] 刘钦圣. 最小二乘问题计算方法[M]. 北京:北京工业大学出版社,1989.
[4] 周国清. 应用 MATLAB 软件处理曲线拟合[J]. 重庆职业技术学院学报,2003,2(1):38—39.
[5] 俞斯乐. 电视原理[M]. 北京:国防工业出版社,2000.
[6] 张志勇. 精通 MATLAB[M]. 北京:北京航空航天大学出版社,2000.

(下转第 50 页)

万方数据

参考文献:

[1] 康博. Web 应用程序开发新技术[M]. 北京:人民邮电出版社出版,1999.
[2] 汪晓平,吴勇强,张宏林,等. ASP 网络开发技术[M]. 北京:人民邮电出版社,2000.
[3] 罗娟. WEB 与数据库技术[J]. 计算机工程,1998,24:15 - 16.

Web Database Visit Technology Based on the ASP Development Distribution

DONG Ping
(Mechanical & Electrical Engineering Department, Sanmenxia Polytechnic, Henan Luoyang 472000, China)

Abstract: ASP is the script programming environment of the server, which can develop the dynamic, interactive, powerful Web station. By making use of it we can access various database easily. This article expounds and analyses that ASP visits Web database of the basic principle, three kinds of databases visiting way of connection and difference in ASP, how to build the connection that Web page with the database and ASP visiting the database step.
Keywords: ASP; Web Database; ADO

(上接第 34 页)

Curve Fitting Based on Visual Spectrum Radiation Rate Characteristic of B - spline

XU Hui-fang
(Electronic Science and Technology College of Anhui University, Anhui Hefei 230039, China)

Abstract: Under the MATLAB environment, the paper has explored the curve fitting method in terms of the visual spectrum radiation rate characteristic of the three B - spline uniformity, so as to solve the problems of low fitting accuracy or of curve shape distortion of the ordinary curve fitting method. The results indicate that the above method can be put into good use of fitting out the visual spectrum radiation rate characteristic curve.
Keywords: B - spline; spectrum radiation rate characteristic; curve fitting

万方数据