

门式刚架斜梁隅撑内力的有限元法弹性分析

金芳芳

(盐城工学院 土木工程学院, 江苏 盐城 24003)

摘要: 针对门式刚架钢结构中常用的隅撑, 根据隅撑刚度分析和弯扭稳定分析, 考虑梁的初始侧移, 研究了使梁的临界弯矩达到屈服弯矩时隅撑中的内力, 这个内力即是对隅撑的强度要求, 据此编制隅撑内力分析的有限元程序, 通过算例结果表明具有较高的计算精度。

关键词: 隅撑; 有限元; 门式刚架

中图分类号: TU312 文献标识码: A 文章编号: 1671-5322(2007)03-0071-04

隅撑在轻型钢结构建筑设计中是不可或缺的。隅撑虽小, 作用很大, 它是用来保证斜梁下翼缘或刚架柱内侧翼缘受压稳定的重要措施。隅撑的作用是增加斜梁的侧向刚度, 减少斜梁平面外计算长度, 防止斜梁受压翼缘的平面外失稳, 使钢材强度得到有效的利用。工程中隅撑一般的布置原则是: 在每跨靠近梁端的负弯矩范围内连续两根檩条下设置隅撑, 其他地方每间隔一根檩条设置一对隅撑, 一般间距以 3~4 m 为宜; 隅撑成对布置, 与梁和檩条均采用螺栓连接。在隅撑的构造上, 工程中一般采用如图 1 的构造方法。把一块 6 mm 左右厚的钢板打眼后再焊在主梁上, 然后隅撑的一端再跟它相连接。这种连接方法宜于施工, 施工单位反应良好。

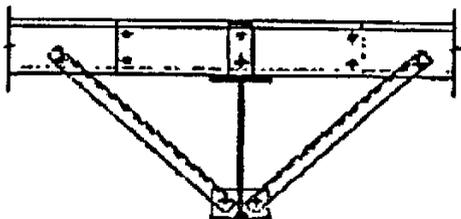


图1 门式刚架中的隅撑

Fig. 1 The knee-braces in Portal frame structure

根据《门式刚架轻型房屋钢结构技术规程》(CECS102:2002)(下称《规程》)规定, 隅撑应按轴心受压构件设计, 轴心力 N 可按公式 $N =$

$$\frac{Af}{60\cos\theta}\sqrt{\frac{fy}{235}}$$

计算, 式中 A 为实腹斜梁被支撑翼

缘的截面面积; f 为实腹斜梁钢材的强度设计值; fy 为实腹斜梁钢材的屈服强度; θ 为隅撑与檩条轴线的夹角。

实际上工程中的斜梁, 受到的支撑作用是很复杂的, 不仅有檩条在上部起侧向支撑作用, 还有隅撑在下部起侧向支撑和扭转支撑作用, 而且每一跨上都有两道以上的这种支撑, 这样就形成了一种多重侧向支撑系统, 斜梁是一根有多道侧向支撑的工字形截面梁。而对于支撑来讲, 达到一定的刚度起到有效的支撑作用就可以了。《规程》中隅撑设计公式没有考虑隅撑数量这一因素。同时根据文献资料也证实了《规程》中的轴力设计公式不考虑隅撑数量这一因素, 从而是偏于安全的。本文对有多道隅撑支撑的、有初始缺陷的梁的弯扭失稳进行分析, 以分析隅撑中的真正受力。

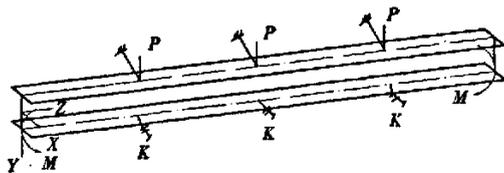


图2 有多道隅撑的门式刚架梁计算模型

Fig. 2 The compute model on many knee-braces in portal frame structure

收稿日期: 2007-05-22

作者简介: 金芳芳(1969-), 女, 江苏盐城人, 讲师, 主要研究方向为土木工程。

1 隅撑刚度分析和弯扭稳定分析

1.1 隅撑—檩条系统的侧向支撑刚度分析

隅撑处于一个“主梁—檩条—隅撑”共同的作用体系中,因此隅撑刚度不是简单的 $E \frac{A_k}{l_k} \cos \theta$,取两根主梁间的一跨简支檩条分析,隅撑刚度分析图如图 3。

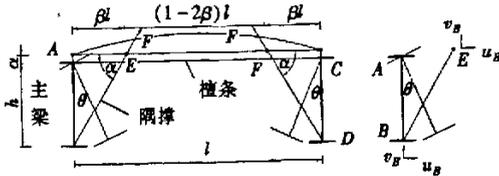


图 3 隅撑支撑体系梁的失稳变形

Fig.3 Transform on lose steady in portal frame structure

由于假设梁侧向弯扭失稳时上翼缘和檩条的连接点为不动点,所以可得 $u_A = u_C = 0$ 。记失稳时 B 点和 E 点的位移 u_B, v_B , 和 u_E, v_E , 隅撑的轴力记为 F 。

根据位移与应变关系可得(下标 k 代表隅撑,下标 P 代表檩条, F 受压为正):

$$\sqrt{(\beta l + u_E - u_B)^2 + (a + h + v_E - v_B)^2} - l_k = -\frac{Fl_k}{EA_k}$$

利用泰勒级数展开并且略去二阶小量可得:

$$\frac{\beta l(u_E - u_B)}{l_k^2} + \frac{(a + h)(v_E - v_B)}{l_k^2} = -\frac{F}{EA_k}$$

$$u_E = \frac{F \cos \alpha (1 - 2\beta) l}{2EA_p}$$

$$(v_E - v_B) = F \sin \alpha (1 - \frac{4}{3}\beta) \beta^2 l^2 / (2EI_p)$$

得到隅撑对梁的水平支撑力

$$F \cos \alpha = k_b u_B$$

$$k_b = \left[\frac{(1 - 2\beta) l}{2EA_p} + (a + h) \frac{(3 - 4\beta) \beta^2 l^2 \tan \alpha}{6EI_p} \right]^{-1}$$

上式推导时采用了许多简化假设:(1)檩条只发生弯曲,(2)隅撑是轴心受力,(3)未考虑隅撑和檩条安装孔比螺栓大得多的实际情况。这些因素实际上难以在理论上加以考虑,只能通过试验确定。

1.2 弯扭稳定分析

理论分析采用简化模型,如图 4。

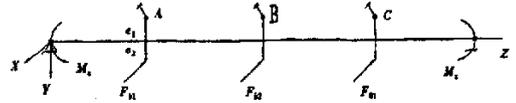


图 4 隅撑—檩条—梁支撑体系受力图

Fig.4 The diagram on the Internal force of the knee braces - purline - beam

从图 4 中我们可以得到主梁的平面外弯扭微分方程。

$$0 \leq z \leq l/4:$$

$$EI_y(u - u_0)^{IV} - M_x \theta'' - \frac{1}{2}(2F_{b1} + F_{b2})z = 0$$

$$EI_w \theta'' - (GJ + \beta_x M_{x1}) \theta' - M_x u' - \frac{1}{2}(2F_{b1} + F_{b2})e_2 = 0$$

$$l/4 \leq z \leq l/2:$$

$$EI_y(u - u_0)^{IV} - M_x \theta'' - \frac{1}{2}(2F_{b1} + F_{b2})z +$$

$$F_{b1}(z - \frac{1}{4}) = 0$$

$$EI_w \theta'' - (GJ - \beta_x M_{x1}) \theta' - M_x u' - \frac{1}{2}F_{b2}e_2 = 0$$

$$l/2 \leq z \leq (3l/4):$$

$$EI_y(u - u_0)^{IV} - M_x \theta'' - \frac{1}{4}F_{b1} + \frac{1}{2}F_{b2}(z - l) = 0$$

$$EI_w \theta'' - (GJ + \beta_x M_{x1}) \theta' - M_x u' + \frac{1}{2}F_{b2}e_2 = 0$$

$$(3l/4) \leq z \leq l:$$

$$EI_y(u - u_0)^{IV} - M_x \theta'' + F_{b1}(z - l) +$$

$$\frac{1}{2}F_{b2}(z - l) = 0$$

$$EI_w \theta'' - (GJ - \beta_x M_x) \theta' - M_x u' +$$

$$\frac{1}{2}(2F_{b1} + F_{b2})e_2 = 0$$

其中 e_1 为主梁上翼缘外侧距离剪心的距离; e_2 为侧向支撑作用点与剪心的距离; F_{b1}, F_{b2} 为梁 1/4 跨和 1/2 跨处的支撑轴力。然后求解以上微分方程,再利用边界条件得出各段 u 和 θ 的特解和通解的表达式,可以得到一组齐次方程,令系数行列式为零,就得到了临界方程,从而得到了临界弯矩和支撑刚度 k_b 间的关系。

2 隅撑轴力的有限元法弹性分析

2.1 有限元程序分析方法

主梁采用杆单元,程序为单轴对称的弹性分析的有限元程序,它的单元位移向量、单元荷载向

量和初位移向量分别为:

$$\{u_e\} = \langle u_1 \quad lu'_1 \quad \theta_1 \quad l\theta'_1 \quad u_2 \quad lu'_2 \quad \theta_2 \quad l\theta'_2 \rangle^T$$

$$\{F_e\} = \langle Q_{e1} \quad -M_{y1}/l \quad M_{z1} \quad -B_{z1}/l \quad Q_{e2} \quad -M_{y2}/l \quad M_{z2} \quad -B_{z2}/l \rangle^T$$

$$\{u_o\} = \langle u_o \quad lu'_o \quad \theta_o \quad l\theta'_o \quad u_{2o} \quad lu'_{2o} \quad \theta_{2o} \quad l\theta'_{2o} \rangle^T$$

总的有限元方程为

$$[[K_f] + [K_g]]\{U\} = \{F\}$$

当有了初位移和侧向支撑时,就可以得到总的有限元平衡方程

$$[[K_f] + [K_g + [K_b]]]\{U\} = \{F\} + [[K_f] + [K_b]]\{U_o\}$$

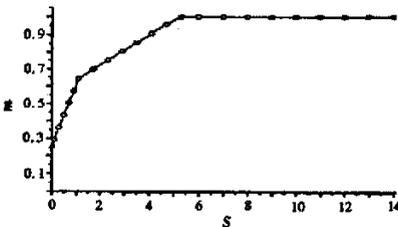
侧向支撑刚度 $[K_b]$:

$$\begin{matrix} & u_1 & u'_1 & \theta_1 & l\theta'_1 \\ \begin{matrix} u_1 \\ u'_1 \\ \theta_1 \\ l\theta'_1 \end{matrix} & \begin{bmatrix} k_b & 0 & k_b(y_c - y_b) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_b(y_c - y_b) & 0 & k_b(y_c - y_b)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

对于每个有支撑的节点,把 $[K_b]$ 对应着添加到总刚上去,就形成了最终的刚度矩阵。需要注意的是,由于假定檩条与主梁连接处的主梁上翼缘中心点侧向位移为零,此点处的 $u = u_x - h_x\theta_x = 0$,对于这样的耦合约束条件,需在相应的檩条与主梁连接位置改变单元刚度矩阵。推导得出的具体的新的单元位移向量、单元荷载向量和初位移向量为:

$$\{u_e\} = \langle lu'_1 \quad \theta_1 \quad l\theta'_1 \quad u_2 \quad lu'_2 \quad \theta_2 \quad l\theta'_2 \rangle^T$$

$$\{F_e\} = \langle -M_{y1}/l \quad h_y Q_{z1} + M_{z1} \quad -B_{z1}/l \quad Q_{z2} \quad -M_{y2}/l \quad h_y Q_{z2} + M_{z2} \quad -B_{z2}/l \rangle^T$$



$$M_{z2} - B_{z2}/l)^T$$

$$\{u_o\} = \langle lu'_o \quad u_{2o} + \theta_{2o} l\theta'_{2o} \quad u_{2o} \quad lu'_{2o} \quad \theta_{2o} \quad l\theta'_{2o} \rangle^T$$

对于没有缺陷的体系,利用上述的有限元方法可以得到临界弯矩 M_o 和支撑刚度 k_b 的关系。利用这个有限元程序,给定支撑刚度,并设弯矩达到了支撑点之间失稳的临界弯矩,就可以求出 u 和 θ ,由 $F_{b1} = k_b(u_1 + e_2\theta_1)$, $F_{b2} = k_b(u_2 + e_2\theta_2)$,可以求得支撑内力,变化支撑刚度可以得到支撑内力 F_b 和支撑刚度 k_b 之间的关系。

2.2 有限元程序分析算例

主梁采用Q235钢,工字钢,主梁截面为H300×150×5/6,设计强度 $f = 215 \text{ N/mm}^2$,极限强度 $f_y = 235 \text{ N/mm}^2$ 。保持檩条间距是1500mm,每跨主梁上等间距布置隔撑,并且隔撑刚度相同。 $\alpha = 50 \text{ mm}$, $\alpha = 45^\circ$,檩条取C160×2.0,檩条长 $l_p = 6000 \text{ mm}$, $A_p = 607 \text{ mm}^2$, $I_p = 2365900 \text{ mm}^4$,隔撑取L50×3.0, $A_{ts} = 281 \text{ mm}^2$,然后采用不同的主梁截面、跨长和隔撑数目进行计算。取主梁的长 $L = 12000 \text{ mm}$,绕弱轴的长细比 $L/i_y = 375$,3根隔撑,根据公式计算得隔撑刚度 $k_b = 1339 \text{ N/mm}$, $k_b/S = 67$ 。

计算结果用 $k_b - M_o$, $k_b - F_b$ 的关系图表示。图5的坐标均采用无量纲化坐标。支撑刚度无量纲化: $S = k_b/(48EI_y/L^3)$;支撑轴力无量纲化 $\xi = F_b/(0.01t_f b_f f_y)$;极限弯矩无量纲化: $m = M_o/M_y = M_o/(W_y f_y)$ 。

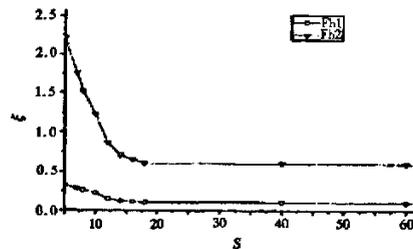


图5 M-S关系图、 ξ -S关系图

Fig.5 The graph of relation on M-S, ξ -S

从以上结果可知:

- (1) 如果支撑刚度较小,则支撑受力就越大。
- (2) 当支撑刚度达到一定数值时,系统的临界荷载就不再增加。在 $k_b - M_o$ 图中出现的极值所对应的横坐标即刚度值,是系统的临界弯矩达到 M_o 所需要的临界刚度值。
- (3) 当支撑刚度大于这个临界刚度值并增大

到一定数值时,支撑轴力趋于稳定。所以实际工程中支撑刚度值都要较大于这个达到 M_y 的临界刚度值。

(4) 本文也没有对“檩条与主梁连接处的主梁上翼缘中心点横向位移为零。”这样的位移约束条件的情况进行了有限元编程,这种情况下支撑的轴力要大于上例子中的支撑轴力,这说明檩

条起到了一定的侧向支撑作用。

3 结论

从上述分析可以总结这样的结论:

(1)《规程》中隅撑的设计偏于保守,本文算例中采用了较大的初始缺陷,得到按照隅撑思路分析的侧向支撑力均不到 $A_y f_y / 100$ 。

(2)从本文对 k_b 的计算看,支撑的刚度考虑到一根梁两侧均有隅撑, k_b 应为本文公式的两

倍,实际工程中基本上都能满足 3 倍,达到 M_y 的临界刚度要求。

(3)隅撑支撑作为一种侧向支撑,只要达到一定的刚度,就可以起到有效的侧向支撑效果,从图 4 上来看就是梁的临界荷载和支撑轴力值都趋于稳定,而且一跨主梁上会有好几个隅撑同时作用,它们共同抵制着主要构件的侧向变形和扭转,也共同分担着支撑反力。

参考文献:

- [1] 孙爱伏. 钢结构隅撑—支撑框架的耗能性能分析[J]. 四川建筑科学研究, 2006(5): 9 - 11.
- [2] 李旭伟. 用 MATLAB 进行结构的有限元分析[J]. 重庆交通学院学报, 2007(1): 23 - 26.
- [3] 曹峰. 童根树. 门式刚架梁的隅撑轴力强度研究[J]. 钢结构, 2005(6): 12 - 15.

The Elastic Finite Element Method on the Internal Force of Knee - Braces in Portal Frame Structure

JIN Fang-fang

(School of Civil Engineering, Yancheng Institute of Technology, Jiangsu Yancheng 224003, China)

Abstract: The study has investigated the buckling of beams braced by purlin - knee - bracing system. Relation between buckling moment and bracing stiffness is analysed by FEM. Finally the initial out - of - plane deflection and initial twisting of the beam is considered to find the bracing forces when the buckling moment reaches the yield moment of the beam. The process by finite element method on the internal force of knee - braces is compiled. The results has shown that the calculation precision is higher than before.

Keywords: knee - brace; finite - element method; portal frames