

张云鹤日柱公式

——求解公历任一日干支的数学公式(张云鹤日干支公式)

张云鹤

(盐城工学院 院部,江苏 盐城 224051)

摘要:在历法计算和易经应用中,由于公历纪日和干支纪日方法不同,如何将公历任一日迅速准确地转换成干支是十分复杂的问题,目前主要借助于万年历解决。经过悉心研究,总结并抽象出求解公历任一日干支的数学公式,准确科学简单实用,实现了人们千百年来“不用万年历,日柱早知道”的愿望,从而也解决了“脱离历书求四柱”的问题。该公式可简称为《张云鹤日柱公式》或《张云鹤日干支公式》。

关键词:历法;易经;取整函数;日干支;数学公式;四柱;张云鹤日柱公式

中图分类号:0119 **文献标识码:**A **文章编号:**1671-5322(2008)02-0014-05

本文涉及到数学、天文学、历法计算和易经预测等学科。

历法是一门古老的学科,是人类认识自然、赖以生存的基础。它是研究太阳地球月亮三者之间相对位置和时间度量的科学,长到世纪,短到微秒。易经是中华民族的智慧结晶,也是世界文明的无价瑰宝。易经预测必须在十分准确的年月日时基础上进行,无论是四柱五行,还是六爻八卦。在成千上万年的历史长河中,国内外发明了许多许多的历法,它们各有其优缺点。目前全世界通用的历法是格里历,俗称公历。它是1582年由罗马教皇格里高里十三世在原儒略历的基础上修订的。这一历法是以地球绕太阳一周的“回归年”,即365天5小时48分46秒(365.24219907天)为基准计算并编制出来的。具体法则主要有:平年365天,闰年366天;4年一闰,闰年置在能被4整除的年份;但能被100整除却不能被400整除的年份不闰,能被400整除的年份照闰。格里历已经相当精确了,要数千年才误差一天。中国传统的干支纪日法,即用十天干和十二地支的60个组合依次纪日,每过60天就开始循环。这种纪日的方法可以追溯到公元前16世纪的殷商时期。由于公历逢闰年要加一天,干支法却以60天为绝对周期,这样一来,要算出公历的任一日与哪一个

干支组合相对应就是非常复杂的问题了^[1-2]。

千百年来,许多易学专家和民间术士不断研究和探讨这个问题,并在实践中总结出许多实用方法,如广泛流传的“流年赶月法”、“大小金钳诀”等。也有许多学者和数学家试图找出一个简便的数学公式来解决这一世界性的难题,也有许多成果,如列表查对法、分步计算法等。但总的看来,有的方法难懂难记,有的方法需要前提,有的公式具有局限性,有的公式计算太复杂。换句话说,到目前为止,要将公历任一日转换成对应的干支(又称日柱)主要靠查万年历,没有万年历或欲查日期不在万年历范围内就很难解决。试问公元3456年7月8日的干支是什么?恐怕能够很快回答出这个问题的人极少,因为1400年后的万年历或许还没有开始编制。本人经过悉心研究,总结发明了一个简单实用的《求解公历任一日干支的数学公式》,简称《张云鹤日柱公式》或《张云鹤日干支公式》,彻底圆满地解决了“不用万年历,日柱早知道”这个国际难题。

1 知识准备

为了便于表述,在本文中对相关知识和问题作如下介绍、规定和定义。

(1)干支纪日法。用干支组合表示时间是中

收稿日期:2007- -

作者简介:张云鹤(1945-),男,江苏射阳人,教授,主要研究方向为数学、计算机学等。

国古代人的发明。具体的说,天干有 10 个,甲乙丙丁戊己庚辛壬癸;地支有 12 个,子丑寅卯辰巳午未申酉戌亥;10 和 12 的最小公倍数是 60。将十天干和十二地支依次组合起来,就得到了 60 个干支组合。它们依次是:甲子、乙丑、丙寅、……癸亥。干支纪日法就是将公历的每一天依次配上对应的干支组合,每 60 天就循环一次。假如今天是乙丑日,明天就是丙寅日,后天就是丁卯日,60 天后又是乙丑日,依此类推。需要指出,中国大概从汉代以后,不仅用 60 个干支组合纪日,而且发展到用它们纪年纪月纪时。这就是说,某年某月某日某时的时间都可以用干支组合来表示。比如 1911 年是辛亥年,当年 10 月是戊戌月,10 月 10 日是癸丑日,这一天上午 10 点钟是丁巳时,由此得到:公元 1911 年 10 月 10 日上午 10 点钟是辛亥年戊戌月癸丑日丁巳时。余类推。

(2)干支对应数。本文规定,甲子、乙丑、丙寅、……癸亥等 60 个干支组合依次对应着 1、2、3、……60(0)这 60 个整数,我们把这些数称为干支对应数。具体的是:

01 甲子,02 乙丑,03 丙寅,04 丁卯,05 戊辰,06 己巳,07 庚午,08 辛未,09 壬申,10 癸酉,

11 甲戌,12 乙亥,13 丙子,14 丁丑,15 戊寅,16 己卯,17 庚辰,18 辛巳,19 壬午,20 癸未,

21 甲申,22 乙酉,23 丙戌,24 丁亥,25 戊子,26 己丑,27 庚寅,28 辛卯,29 壬辰,30 癸巳,

31 甲午,32 乙未,33 丙申,34 丁酉,35 戊戌,36 己亥,37 庚子,38 辛丑,39 壬寅,40 癸卯,

41 甲辰,42 乙巳,43 丙午,44 丁未,45 戊申,46 己酉,47 庚戌,48 辛亥,49 壬子,50 癸丑,

51 甲寅,52 乙卯,53 丙辰,54 丁巳,55 戊午,56 己未,57 庚申,58 辛酉,59 壬戌,00 癸亥。

需要指出,以上之所以将 60 个干支对应数及其对应的干支关系全部列出,是为了让非专业人士便于理解。在实际使用中,用其他方法可以很容易地实现二者之间的转换。具体方法是,将日干支对应数除以 10,其余数 1、2、3、4、5、6、7、8、9、0 就依次对应着 10 个天干数:甲乙丙丁戊己庚辛壬癸;再将日干支对应数除以 12,其余数 1、2、3、4、5、6、7、8、9、10、11、0 就依次对应着 12 个地支数:子丑寅卯辰巳午未申酉戌亥。也就是说,如果知道了某一天的日干支对应数,那么该日的干支通过简单运算也就很快得出来了。举例:假如干支对应数是 38,将它除以 10 和 12 之后的余数分

别是 8 和 2,那么它所对应的干支就是辛丑。反过来从已知干支求其干支对应数也很容易,本文从略。

(3)余数函数。将一个整数除以另一个整数求其余数的运算叫做余数函数,函数值就等于这个余数,其中除数叫做模数。如果两个余数函数的模数相同且函数值也相等就称它们为同余函数。例如 $100/33$ 的函数值是 1,模数是 33。(说明:在本文中 $/$ 表示除号, $*$ 表示乘号)。依此类推, $95/60$ 的值就是余数 35, $120/60$ 的值是 0, $45/60$ 的值是 45。在本文中规定,若无特殊说明,一个数加上花括号就表示要对这个数进行除以 60 的运算,或者表示花括号内的数是某个数除以 60 后的余数,有时候还允许将一个数与它加上花括号之后写成相等的形式。例如 $68 = \{8\}$, $600 = \{0\}$, $7253 = \{53\}$, $\{635\} = \{35\}$, $789 = \{789\} = \{9\}$, $\{635\}$ 和 $\{35\}$ 是同余函数,余类推。

(4)取整函数。取整函数用方括号表示,即 $[x]$ 的值等于 x 的整数部分,如 $[3.5] = 3$, $[3/4] = 0$, $[48/12] = 4$, $[365/60] = 6$,依此类推。

2 张云鹤日柱公式(求解公历任一日干支的数学公式)(张云鹤日干支公式)

●日干支对应数 $R = \{R\}$

$$= 5 \times \text{年} - 60 \times [\text{年}/12] + [\text{年}/4] - [\text{年}/100] + [\text{年}/400] \\ + 30 \times \text{月} - 59 \times [\text{月}/2] + [\text{月}/9] - [\text{月}/10] \\ + [\text{月}/11] - [\text{月}/12] + [2/\text{月}] \\ + \text{日} + 38 + \text{调节数 } r$$

调节数 r 指:在 1 月份且闰年时, $r = -1$;在 2 月份且平时时 $r = 1$;在其他情况下,即在 1 月份但逢平时,或在 2 月份但逢闰年时,或在 3~12 月份时(无论闰年与否), $r = 0$ 。

式中,①日干支对应数指:1 - 甲子,2 - 乙丑,……,59 - 壬戌,0 - 癸亥,余类推。② $\{ \}$ 表示除数为 60 的余数函数,如 $68 = \{68\} = \{8\}$, $660 = \{660\} = \{0\}$ 。③ $[]$ 表示取整函数,如 $[2007/12] = 167$, $[3/9] = 0$ 。

需要指出,求解公历任一日干支的数学公式不是唯一的,它有多种不同的建模方法。经过反复比较,我选择和确定上述这个公式。该公式的特点和优点是:公式单一,计算简单,实用性强,逻辑明显,符合人们的思维习惯。而且在具体计算时,很多时候的很多项都等于零,需要用到调节数

的时候也很少。因此十分简便,不易出错。此外,该公式还有一个很重要的特点和优点是可拓展性,因为现行的公历(格里历)与“回归年”比较尚有微小的误差,在数千年数万年以后,格里历还需要进行微调修改(比如可能实行“闰日”或“负闰日”,类似于世纪之交的“微秒”),届时,只要对本公式进行相应的微调修改(比如补充一两项),该公式仍将继续适用,仍然可以用它求出公历任一日的干支。因此,本公式也是一个求解公历任一干支的最简化的通项公式。

3 举例

例一:求 1949 年 10 月 1 日的干支是什么?(10 月份时,无需用调节数)

$$\begin{aligned} \textcircled{\circ} \text{日柱 } R = \{R\} &= 5 \times 1\,949 - 60 \times [1\,949/12] + [1\,949/4] - [1\,949/100] + [1\,949/400] \\ &+ 30 \times 10 - 59 \times [10/2] + [10/9] - [10/10] \\ &+ [10/11] - [10/12] + [2/10] + 1 + 38 \\ &= 9\,745 - 9\,720 + 487 - 19 + 4 + 300 - 295 + 1 \\ &- 1 + 0 - 0 + 0 + 1 + 38 = 541 = \{541\} = \{1\} = \text{甲子} \end{aligned}$$

例二:求 2000 年 1 月 31 日的干支是什么?(1 月份且闰年时,调节数 $r = -1$)

$$\begin{aligned} \textcircled{\circ} \text{日柱 } R = \{R\} &= 5 \times 2\,000 - 60 \times [2\,000/12] + [2\,000/4] - [2\,000/100] + [2\,000/400] \\ &+ 30 \times 1 - 59 \times [1/2] + [1/9] - [1/10] + [1/11] - [1/12] + [2/1] + 31 + 38 - 1 \\ &= 10\,000 - 9\,960 + 500 - 20 + 5 + 30 - 0 + 0 - 0 + 0 - 2 + 31 + 38 - 1 = 625 = \{625\} = \{25\} = \text{戊子} \end{aligned}$$

例三:求 2007 年 1 月 31 日的干支是什么?(1 月份且平年时,调节数 $r = 0$)

$$\begin{aligned} \textcircled{\circ} \text{日柱 } R = \{R\} &= 5 \times 2\,007 - 60 \times [2\,007/12] + [2\,007/4] - [2\,007/100] + [2\,007/400] \\ &+ 30 \times 1 - 59 \times [1/2] + [1/9] - [1/10] + [1/11] - [1/12] + [2/1] + 31 + 38 + 0 \\ &= 10\,035 - 10\,020 + 501 - 20 + 5 + 30 - 0 + 0 - 0 + 0 - 0 + 2 + 31 + 38 + 0 = 602 = \{602\} = \{2\} = \text{乙丑} \end{aligned}$$

例四:求 2001 年 2 月 4 日的干支是什么?(2 月份且平年时,调节数 $r = 1$)

$$\begin{aligned} \textcircled{\circ} \text{日柱 } R = \{R\} &= 5 \times 2\,001 - 60 \times [2\,001/12] + [2\,001/4] - [2\,001/100] + [2\,001/400] \\ &+ 30 \times 2 - 59 \times [2/2] + [2/9] - [2/10] + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &[2/11] - [2/12] + [2/2] + 4 + 38 + 1 \\ &= 10\,005 - 9\,960 + 500 - 20 + 5 + 60 - 59 + 0 - 0 + 0 - 0 + 1 + 4 + 38 + 1 = 575 = \{575\} = \{35\} = \text{戊戌} \end{aligned}$$

例五:求 2008 年 2 月 4 日的干支是什么?(2 月份且闰年时,调节数 $r = 0$)

$$\begin{aligned} \textcircled{\circ} \text{日柱 } R = \{R\} &= 5 \times 2\,008 - 60 \times [2\,008/12] + [2\,008/4] - [2\,008/100] + [2\,008/400] \\ &+ 30 \times 2 - 59 \times [2/2] + [2/9] - [2/10] + [2/11] - [2/12] + [2/2] + 4 + 38 + 0 \\ &= 10\,040 - 10\,020 + 502 - 20 + 5 + 60 - 59 + 0 - 0 + 0 - 0 + 1 + 4 + 38 + 0 = 551 = \{551\} = \{11\} = \text{甲戌} \end{aligned}$$

例六:求 3456 年 7 月 8 日的干支是什么?(7 月份时,无需用调节数)

$$\begin{aligned} \textcircled{\circ} \text{日柱 } R = \{R\} &= 5 \times 3\,456 - 60 \times [3\,456/12] + [3\,456/4] - [3\,456/100] + [3\,456/400] \\ &+ 30 \times 7 - 59 \times [7/2] + [7/9] - [7/10] + [7/11] - [7/12] + [2/7] + 8 + 38 \\ &= 17\,280 - 17\,280 + 864 - 34 + 8 + 210 - 177 + 0 - 0 + 0 - 0 + 0 + 8 + 38 = 917 = \{917\} = \{17\} = \text{庚辰} \end{aligned}$$

4 公式推导方法和过程

◆第一步,求出任一年元旦的干支对应数。

(1)首先定义公元零年零月零日作为原点(这是数学方法的需要,实际上公元零年零月零日并不存在,只有公元前 1 年),然后计算从原点开始到 x 年元旦为止历经的总天数 $P1(x)$,

$$P1(x) = 365.242\,199\,07 \cdot x \approx 365x + 0.242\,2 \cdot x$$

(2)将 $P1(x)$ 改写成与之同余的函数 $P2(x)$ (以 60 为模数,下同),

$$P2(x) = 60k + 60 \cdot \{x/12 - [x/12]\} + [x/4] - [x/100] + [x/400] \quad (k \text{ 为整数,下同})$$

(3)再将 $P2(x)$ 改写成与之同余的函数 $P3(x)$,

$$P3(x) = 5x - 60 \cdot [x/12] + [x/4] - [x/100] + [x/400]$$

(4)计算当 $x = 1\,921$ 时, $P3(x)$ 的值,(当然此处 x 也可以取其他年份,但当该年元旦是甲子日时便于计算)

$$\begin{aligned} P3(1\,921) &= 5 \times 1\,921 - 60 \times [1\,921/12] + [1\,921/4] - [1\,921/100] + [1\,921/400] \\ &= 9\,605 - 9\,600 + 480 - 19 + 4 = 470 \end{aligned}$$

(5)对 $P_3(1\ 921)$ 的值除以 60 求其余数,得到 $P_4(1\ 921)$,

$$P_4(1\ 921) = \{470\} = \{50\} = 50$$

(6)设常数 m ,使得 $P_5(1\ 921) = P_4(1\ 921) + m = 50 + m$,

(7)从万年历查得,1921 年的元旦是甲子日,即干支对应数等于 1,与 61 同余。用待定系数法,求出 $m = \{61\} - \{50\} = 61 - 50 = 11$ 。

(8)常数 $m = 11$ 的物理意义是:公元零年原点的干支对应数是 11,即甲戌。

在实际意义上是指公元前 1 年元旦是甲戌日。

(9)令 x 年元旦的干支对应数是 Q ,通过上述分析得到如下公式:

$$Q = 5x - 60 \cdot [x/12] + [x/4] - [x/100] + [x/400] + 11$$

(10)现行公历(格里历)规定,逢闰年时要增加 1 天,并将这一天加在当年的 2 月份。因此对于闰年而言,到该年的元旦时,需要增加的 1 天尚未到期,所以还必须用一个闰年常数 α 对 Q 进行调节,即 $X = Q - \alpha$ 。

(11)综上所述,得到从公元零年原点开始到公元 x 年元旦为止历经的总天数的干支对应数的同余函数的数学公式如下:

$$\bullet X = 5x - 60 \cdot [x/12] + [x/4] - [x/100] + [x/400] + 11 - \alpha$$

式中,当 x 年是闰年时, $\alpha = 1$, 当 x 年是平时 $\alpha = 0$ 。

◆第二步,求出任一月一日的干支对应数。

(1)目前世界通用的格里历(公历)规定,一月三月五月七月八月十月和十二月是大月,每月 31 天;四月六月九月和十一月是小月,每月 30 天;平年的二月是 28 天,闰年的二月是 29 天。由于这一规定,要想用一个简单的数学公式计算出从某年元旦开始到某月某日为止总共有多少天就是一件非常复杂的事情了,必须寻求用其他的数学方法进行处理。

(2)定义某年的零月零日(这是数学方法的需要,实际上并不存在)作为原点,那么对于平年而言,从该年的原点开始到这一年的一月、二月、……十二月的一日为止,其累计总天数依次是:0, 31, 59, 90, 120, 151, 181, 212, 243, 273, 304, 334。将这十二个数分别除以 60,得到它们的余数序列是:0, 31, -1(59), 30, 0, 31, 1, 32, 3, 33, 4, 34。该

数列也就是相应月一日的干支对应数(以该年的原点为基准起点)。如果逢到闰年,需要从三月份开始将这些干支对应数分别加上 1,即变成 0, 31, 0, 31, 1, 32, 2, 33, 4, 34, 5, 35。

(3)综合运用相关的数学方法将十二个月的一日的干支对应数抽象成数学公式。定义 x 年 y 月一日的干支对应数是 Y ,如果从该年的原点开始计算,就得出 Y 的同余函数的公式如下:

$$Y = 30 \cdot y - 59 \cdot [y/2] + [y/9] - [y/10] + [y/11] - [y/12] + [2/y] + 28 + \beta$$

式中,当 x 年是平时时,如果 $y = 2$,则 $\beta = 1$;如果 y 是其他数时, $\beta = 0$ 。当 x 年是闰年时,如果 $y = 1$,则 $\beta = 0$;如果 y 是其他数时, $\beta = 1$ 。

◆第三步,求出某月任一日的干支对应数。

定义某月的零日(这是数学方法的需要,实际上并不存在)作为原点,从原点开始到当月 z 日为止的干支对应数是 Z ,得出 Z 的干支对应数公式如下:

$$\bullet Z = z。$$

◆第四步,将年月日三个干支对应数(或各自的同余函数)公式合成,就得出了求解公历任一干支的数学公式。在合成时需要注意三点:一是年公式中的常数和月公式中的常数合并了,变成 $11 + 28 = 39$ 。二是由于年公式和日公式在计算中重复了 1 天,需要将其扣除,即最终常数等于 $39 - 1 = 38$;三是因为闰年关系而补充的年公式调节数 α 和月公式调节数 β 需要合并成新的调节数 r ,合并的具体方法见下列公式。综上所述,就得出了《求解公历任一干支的数学公式》:

$$\begin{aligned} \bullet x \text{ 年 } y \text{ 月 } z \text{ 日的日干支对应数 } R = \{R\} &= X + Y + Z \\ &= 5 \cdot x - 60 \cdot [x/12] + [x/4] - [x/100] + [x/400] \\ &\quad + 30 \cdot y - 59 \cdot [y/2] + [y/9] - [y/10] + [y/11] - [y/12] + [2/y] \\ &\quad + z + 38 + \text{调节数 } r \end{aligned}$$

调节数 r 指:在 $y = 1$ 且 x 年为闰年时, $r = -1$;在 $y = 2$ 且 x 年为平时时 $r = 1$;在其他情况下,即在 $y = 1$ 但 x 年为平时时,或在 $y = 2$ 但 x 年为闰年时,或在 $y = 3 \sim 12$ 时(无论闰年与否), $r = 0$ 。

式中,相关符号的数学意义在本文的“知识准备”部分已有说明。

为了使用的方便,我们将公式中的 x 、 y 、 z 直接用年、月、日替换就得出了上述的《求解公历任

一日干支的数学公式》,简称《张云鹤日柱公式》或《张云鹤日干支公式》。详见本文的第三部分。

5 演绎

有了求解公历任一干支的数学公式,也就

彻底解决了脱离万年历求解四柱(俗称八字)的问题,因为年、月、时的干支转换是很容易实现的。此外,本文所采用的数学方法和结果在历法计算和数学建模中同样适用,还可演绎出一些其他的相关结论,如“元旦甲子同日年的分布规律”等。

参考文献:

- [1] 年秀珍. 最新实用万年历[M]. 北京:中国古籍出版社,2005.
- [2] 邵伟华. 周易与预测学[M]. 石家庄:花山文艺出版社,1990.

Zhangyunhe Rizhu Formula

——Mathematical Formula to Convert a Certain Day from the Gregorian calendar into the Heavenly Stems and the Earthly Branches(Zhangyunhe Riganzhi Formula)

ZHANG Yun-he

(Administration Office of Yancheng Institute of Technology, Jiangsu Yancheng 224051, China)

Abstract: In the application of The Book of Changes and calculations of the calendar systems, it is a great complex issue to convert accurately and speedily a certain day from the Gregorian calendar into the Heavenly Stems and the Earthly Branches, owing to the great difference in numbering the day between the two systems. And at present it can only be done with a perpetual calendar. Now the author of the paper, after years of research and with pains - taking efforts, has established a mathematical formula with which the above mentioned problem can be solved with ease and accuracy, thus realizing the long - cherished wish "telling the day without consulting the perpetual calendar" and solving the problem of "relying on almanac for the requirement of one's four elements of birth time (year, month, day and time)". This formula is called "Zhangyunhe Rizhu Formula" or "Zhangyunhe Riganzhi Formula" in short.

Keywords: calendar systems; The Book of Changes; integer function; the Heavenly Stems and the Earthly Branches; mathematical formula; four elements of birth time; Zhangyunhe Rizhu Formula