

# 新型球头立铣刀数学模型的研究

韩政峰

(贵州大学 机械工程学院, 贵州 贵阳 550003)

摘要:在分析现有的球头立铣刀的刃磨方法的基础上,提出了一种新的球头立铣刀前刀面的刃磨方法,在此基础上根据运动关系,建立了该方法的数学模型,给出了前刀面的方程。并对该方法中存在的问题以及需要继续研究的内容进行了讨论。

关键词:球头立铣刀;刃磨;运动关系;前刀面

中图分类号: TG714 文献标识码: A 文章编号: 1671-5322(2008)02-0023-04

球头立铣刀是加工模具和复杂型面的重要刀具,也是数控机床,加工中心等数控设备最常见的刀具。在模具制造、汽车制造等领域有着广泛的应用。国内外早有一些学者对其建模与数控磨削加工进行了研究,并取得一定的成果。作者在前人的基础上,采用刀刃曲线的数学模型作为建立球头立铣刀的前刀面以及加工刀位轨迹数学模型的理论依据,分析了球头立铣刀的特点,提出了一种新型球头立铣刀的数学模型<sup>[1]</sup>。

## 1 刃口曲线的数学模型

球头立铣刀的设计包括铣刀的刀刃曲线设计,前后刀面的建模,沟槽螺旋面的设计等。由于球头部分是球头立铣刀的重要部分,因此本文主要针对球头部分进行研究。

球头立铣刀的刃口曲线是前刀面和球面的交线,也可以看作是后刀面与球面的交线。欲要形成有利于切削的螺旋型曲线的刃口,它可以是等螺旋角刃口曲线,也可以是加工前后刀面的圆锥面或者圆柱砂轮的包络面与球面的交线,或者是其他形状的螺旋型曲线。本文利用回转面螺旋角的定义建立等螺旋角的球头立铣刀的刃口曲线。

### 1.1 球头部分等螺旋角刃口曲线

如图1所示。建立坐标系,原点确定在球头立铣刀的球心上,铣刀轴线为Z轴,圆柱与球头结合面为XOY面,X轴通过刃口曲线外缘转点,则球面方程为:

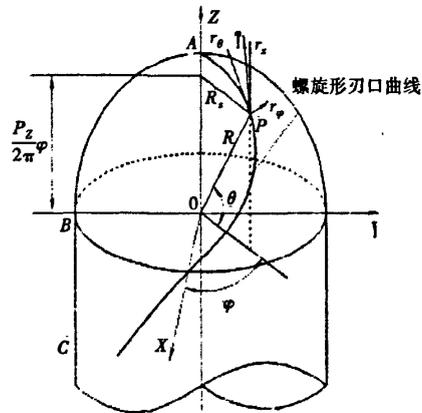


图1 球头立铣刀刃口曲线模型

Fig. 1 The Cutting Edge curve model of the ball-end milling cutter

$$\vec{r} = \{ \sqrt{R^2 - Z^2} \cos \varphi, \sqrt{R^2 - Z^2} \sin \varphi, Z \} \quad (1)$$

式中R为球面半径,Z,φ为球面上的参数,方程分别对Z,φ求导可得:

$$\vec{r}_z = \left\{ \frac{-Z \cos \varphi}{\sqrt{R^2 - Z^2}}, \frac{Z \sin \varphi}{\sqrt{R^2 - Z^2}}, 1 \right\} \quad (2)$$

$$\vec{r}_\varphi = \{ \sqrt{R^2 - Z^2} \sin \varphi, -\sqrt{R^2 - Z^2} \cos \varphi, 0 \} \quad (3)$$

又由螺旋角的定义的相关内容求得:

$$\varphi = \frac{1}{2} \tan \beta \ln \frac{R + Z}{R - Z} \quad (4)$$

其中β即为球面上的定螺旋角。

将式(4)代入式(1)即得到球头立铣刀的刃

收稿日期:2007-12-27

作者简介:韩政峰(1981-),男,山东济宁人,硕士研究生,主要研究方向为特种刀具。

口曲线的方程:

$$\vec{r} = \left\{ \sqrt{R^2 - Z^2} \cos \frac{1}{2} \tan \beta \ln \frac{R+Z}{R-Z}, \sqrt{R^2 - Z^2} \sin \frac{1}{2} \tan \beta \ln \frac{R+Z}{R-Z}, Z \right\} \quad (5)$$

但是由式(5)可知:  $Z \neq R$ , 因此当刃口曲线接近铣刀球头顶部时, 该曲线方程不成立, 这就需要在次基础上再设计一条与其光滑连接且到达球头顶部的刃口曲线。这样也就增加了球头刃口曲线以及以后的前刀面、后刀面的模型设计与刃磨加工的复杂性。

### 1.2 球头部分正交螺旋形刃口曲线

螺旋面的母线可以是直线, 由直线形成的螺旋面为直线螺旋面。若在次面中, 直母线始终与铣刀轴线成直角, 即正交, 则形成的面为正交螺旋面, 它与球头立铣刀的球面的交线可以称为铣刀的正交螺旋形刃口曲线<sup>[2]</sup>。

如图 1 建立直角坐标系  $O-XYZ$ ,  $Z$  轴与球头立铣刀轴线重合, 原点为球心。在该坐标西下, 球面的方程也可以表示为:

$$\vec{r} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R \cos \theta \sin \varphi \\ R \cos \theta \cos \varphi \\ R \sin \theta \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中为球头半径,  $\theta$  为球头上的参变量。

在同样的直角坐标系下, 利用正交螺旋面的定义, 其方程可表示为:

$$\vec{r} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 \cos \varphi \\ R_1 \sin \varphi \\ \frac{P_1}{2\pi} \varphi \end{bmatrix} \quad (7)$$

该式中,  $R_1, \varphi$  为参变量,  $P_1$  为螺旋面导程。

又根据正交螺旋的相关内容得:  $\frac{P_1}{2\pi} = \frac{1}{\tan \omega}$ ,

$\omega$  为圆柱面上的刃口曲线的螺旋角, 也是球面螺旋先在球头跟部的初始螺旋角。由于球面与正交螺旋面交于刃口曲线, 可知  $\frac{P_1}{2\pi} \varphi = R \sin \theta$ 。即有

$$\sin \theta = \frac{\varphi}{\tan \omega} \quad (8)$$

当刃口曲线在球头顶部的时侯  $\theta = \frac{\pi}{2}$ , 也即  $\varphi$

$\varphi_{\theta=\frac{\pi}{2}} = \tan \omega$ 。所以, 曲线上经线转角  $\varphi$  的变化范围为:  $0 \leq \varphi \leq \tan \omega$ 。如果取螺旋角的标准值为  $\omega = 30^\circ$  时, 当  $Z = R$  即刃口曲线处于顶点时, 有  $\varphi = \tan 30^\circ = 33.1^\circ$ 。

由于正交螺旋面与球面的交线构成刃口曲线, 则必然满足:

$$X^2 + Y^2 + Z^2 = R^2 \quad (9)$$

将式(7)代入式(9)可得:  $R_z = R$

$\sqrt{1 - (\frac{\varphi}{\tan \omega})^2}$ , 令  $\eta = \frac{1}{\tan \omega}$ 。则有:

$$R_z = R \sqrt{1 - (\eta\varphi)^2} \quad (10)$$

将式(10)代入式(7)可得以参数表示的正交螺旋形刃口曲线方程式:

$$\vec{r} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R \sqrt{1 - (\eta\varphi)^2} \cos \varphi \\ R \sqrt{1 - (\eta\varphi)^2} \sin \varphi \\ R \eta \varphi \end{bmatrix} \quad (11)$$

### 1.3 圆柱部分正交螺旋刃口曲线

圆柱上的刃口曲线即正交螺旋面与圆柱面上的交线, 方程为:

$$\vec{r} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R \cos \varphi \\ R \sin \varphi \\ R \eta \varphi \end{bmatrix} \quad (12)$$

## 2 前刀面的数学模型

在制造过程中磨削球头立铣刀前刀面的砂轮与铣刀的相对运动产生砂轮轮廓面族, 其包络即为前刀面, 而此时前刀面与球面的交线则为刃口曲线。在微分几何学上, 把由一族连续变动直线构成的曲面定义为直纹面, 也就是说: 刃口曲线为直纹面的准线, 直纹面的母线的向量方向是由球面在选定的法向量绕刃口曲线在该点的单位切向量旋转一定的角度而成。

用来刃磨螺旋形刃球头立铣刀的砂轮为了便于修整和建立成型理论, 同时预防与减少刃磨过程中产生的干涉现象, 应采用单锥面的成形砂轮。利用锥面砂轮的大圆端面来刃磨球头立铣刀的前刀面, 同时在刃磨时, 砂轮的大圆面始终与球头上的刃口曲线相切, 这样能保证在刃磨端面是不会与刃口曲线相干涉<sup>[3]</sup>。

形成母线  $BC$  一边沿  $BBe$  作阿基米德螺旋线运动, 一边绕  $Z$  轴转动  $\omega$ , 两个运动合成形成球刃前刀面。形成母线  $BC$  分别绕  $Y$  轴,  $Z$  轴旋转, 其坐标变换如下:

$$\begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \omega & \sin \omega & 0 \\ -\sin \omega & \cos \omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

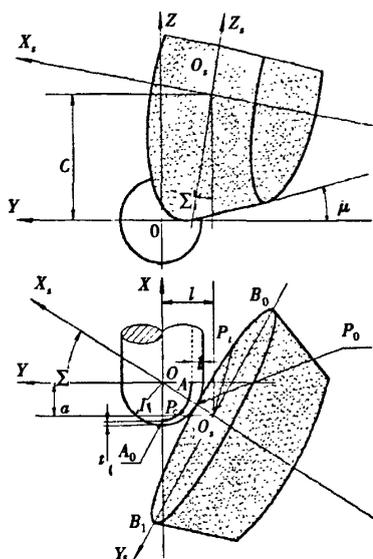


图2 机床、工件(铣刀)、砂轮之间的位置关系  
Fig.2 The location of relations between Machine tools, workpieces (Cutter) and the Wheel

$\rho = \rho_0 - C\theta$  绕 Z 轴以  $\omega$  旋转后,在空间固定坐标系  $\sigma_0 = \{O; X, Y, Z\}$  中的方程为:

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\rho_0 - C\theta) \sin \theta \cos \omega - t_0 \tan \mu \sin \omega \\ -(\rho_0 - C\theta) \sin \theta \sin \omega - t_0 \tan \mu \cos \omega \\ (\rho_0 - C\theta) \cos \theta \end{bmatrix} \quad (14)$$

砂轮母线 BC 做旋转运动后的方程为:

$$\begin{bmatrix} X'_1 \\ Y'_1 \\ Z'_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \omega & \sin \omega & 0 \\ -\sin \omega & \cos \omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ t \tan \mu \\ t \end{bmatrix} \quad (15)$$

母线 BC 一边沿  $\rho = \rho_0 - C\theta$  作阿基米德螺旋线运动,一边绕 Z 轴转动  $\omega$ ,两个运动合成的结果便形成前刀面,方程为:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X'_1 \\ Y'_1 \\ Z'_1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

整理得前刀面的方程:

$$\begin{cases} X = [(\rho_0 - c\theta) \sin \theta \cos \omega - t_0 (\tan \mu \sin \omega)] + (\tan \mu \cos \theta \sin \omega + \sin \theta) t \\ Y = [ -(\rho_0 - c\theta) \sin \theta \sin \omega - t_0 (\tan \mu \cos \omega)] + (\tan \mu \cos \omega) t \\ Z = (\rho_0 - c\theta) \cos \theta + (-\tan \mu \sin \theta \sin \omega + \cos \theta) t \end{cases} \quad (17)$$

### 3 结束语

本刃磨方法是一种新型球头立铣刀的刃磨的新方法,从前面的分析可以知道:

(1) 根据球面螺旋线的方程,并从实际刃磨运动出发,螺旋刃球头立铣刀球头部分切削刃应该为变螺旋角螺旋线。

(2) 根据螺旋刃球头立铣刀的几何模型,结合实际机床结构,通过运动分析,可以建立起刃磨运动方程。

(3) 实践表明,本文所研究的螺旋刃和球头立铣刀的集合模型以及刃磨运动模型是正确的,此刃磨方法是可行的。

(4) 在采用蝶形砂轮刃磨螺旋刃球头立铣刀的前刀面时,会发生干涉现象,从而影响被磨刀齿的截形,本文进行了分析,可供确定砂轮轮廓形时参考。

### 参考文献:

[1] 何林. 一种新型球头立铣刀成型方法的研究[J]. 现代机械, 2001(4): 47-49.  
 [2] 石琳, 吴道全. 球头立铣刀端刃前刀面的磨削加工方法及 S 刃的形成[J]. 贵州工学院报, 1996, 25(6): 45-52.  
 [3] 汪羿, 何彪. 新型球头立铣刀刃磨加工研究(一)[J] 贵州工业大学学报, 2004, 5(33): 96-98.

## Research on Mathematical Models of New Type Ball - end Milling Cutter

HAN Zheng-feng

(College of Mechanical Engineer and Automation, Guizhou University, Guizhou Guiyang 550003, China)

**Abstract:** The analysis of the existing ball - milling cutter grinding on the basis of methods, a new ball - milling cutter flank before the grinding method, based on this relationship in accordance with movement, established a mathematical model of the method are given flank before the equation. The method and the existing problems and the need to continue to examine the contents were discussed.

**Keywords:** Ball-end Milling Cutter; grinding; movement relation; front blade of the cutter

---

(上接第 22 页)

### 参考文献:

- [1] 道路交通标志和标线(GB5768 - 1999)[M]. 北京:中国标准出版社,1999.
- [2] 张相庭. 工程结构风荷载理论和抗风计算手册[M]. 上海:同济大学出版社,1989.
- [3] 王勖成,邵敏. 有限单元法基本原理和数值方法[M]. 北京:清华大学出版社,1995.
- [4] 张洪信. 有限元基础理论与 ANSYS 应用[M]. 北京:机械出版社,2006.
- [5] 叶先磊,史亚杰. ANSYS 工程分析软件应用实例[M]. 北京:清华大学出版社,2003.
- [6] 徐鹤山. ANSYS 建筑钢结构工程实例分析[M]. 北京:机械出版社,2007.

## Analysis of the Ability of Traffic Guiding Plate Fighting a Wind

WANG Lu-zhen

(Department of Fundamental Courses Yancheng Institute of Technology, Jiangsu Yancheng 224003, China)

**Abstract:** Through research into the features of the structure and loads about the guiding plate, the structures and its capacity of fighting a wind is analyzed by ANSYS, and its strength, stability and kinetical natures obtained. The guiding plate's structure is redesigned under certain conditions, a new guiding plate obtained which is safe and economy.

**Keywords:** guiding plate; fighting a wind; strength; stability