基于元胞自动机的中性二态系统研究

史友进,孙厚谦,俞晓明

(盐城工学院 基础教学部,江苏 盐城 224051)

摘要:从物理、教育、社会等学科的常见现象中抽象出中性二态系统的概念,建立了这类系统的 元胞自动机模型,用计算机实验方法研究了这类系统的微观和宏观特性以及组合演变规律,结 果表明这类系统具有固定型、周期型、混沌型等多种复杂性特征,可以模拟物理、教育、社会等学 科中的一类常见现象,研究控制和决策对系统作用的效应。

关键词:元胞自动机;中性二态系统;复杂性

中图分类号:TP391 文献标识码:A 文章编号:1671-5322(2010)03-0001-05

元胞自动机模型(cellular automata model,简称 CA 模型)是定义在一个由离散、有限状态的元 胞组成的元胞空间中,按照一定的局部规则在离 散的时间维上演化的动力学系统,通过大量元胞 在简单规则下的并行演化,来模拟复杂的宏观现 象^[1]。元胞自动机模拟已经广泛应用于固体结 构演化^[2]、城市交通^[3,4]、流体^[5]、生命繁衍^[5]、地 理^[6,7]、市场营销^[8]以及社会文化的传播机 制^[9-13]等的研究中并且已经成为研究复杂系统 的重要方法^[14]。

S. Wolfram 研究了一种由具有两种可能状态 的 3 个元胞的元胞自动机,称其为初等元胞自动 机^[5,14],将 这 种 系 统 的 复 杂 性 进 行 了 分 类。 Daisuke Uragami 和 Yukio – Pegio Gunji 采用格点 趋动的元胞自动机(lattice – driven cellular automata)演变规则从而以较少的演变规则产生更为复 杂的演变图样^[15]。Takashi Moil 等认为演变规则 可变的系统更能反映实际系统对环境变化的适 应,研究了演变规则可变的元胞自动机(rule – changing cellular automata)的混沌边缘效应^[16]。 这些新型的元胞自动机给我们的启发是,能否运 用沃尔弗拉姆基本元胞自动机规则中少数几个规 则的组合演变来反映一类具有特殊统计规律的系 统?本文提出中性二态系统的概念并探讨反映这 种系统性质的元胞自动机模型的微观、宏观特性 和组合演变规律,为拓展元胞自动机模拟在物理、 教育、社会等学科中的应用提供依据。

1 中性二态系统及其元胞自动机模型

中性二态系统(neutral two-state systems 简 记为 NTS)是指由均衡、对立的二态构成的系统, 是物理学、化学、生物学、心理学、教育学、社会学 等学科中常见的复杂系统。例如物理学中的物质 的电性和磁性、化学中的反应平衡、生物学中的生 与死、心理学中的满足与不满、教育学中的理解与 不解、社会学中的支持与反对等等,这些对立要素 常常相互抗衡和制约,受系统内因和外因影响而 使系统发展,表现出巨大的复杂性。

沃尔弗拉姆(S. Wolfram)初等元胞自动 机^[5,14]定义为每个元胞(记为*i*)在指定时间有两 种可能的状态 $s_i = 0$ 或 1。时间 t + 1 状态 s_i 只决 定于时间 t 的 3 元组(s_{i-1}, s_i, s_{i+1}),即 $s_i(t+1) = \Phi(s_{i-1}(t), s_i(t), s_{i+1}(t))$,这种演变规则共有 256 种,但其中有些规则是等价的。

3 元组(*s_{i-1}*,*s_i*,*s_{i+1})的和可以取0~3 间的任 一值,对应每一值的新状态可以取0或1,共有16 种演变规则,其中具有中性特征的有6种演变规则,它们为*

收稿日期:2010-06-02

基金项目:盐城工学院应用基础研究资助项目(XKY20100013)

作者简介:史友进(1960-),男,江苏海安人,教授,博士,主要研究方向为动力学分析与控制、材料物理、非线性系统 复杂性等。

• 2 •	盐城工学院学报(自然科学版)							第 23 卷
	Sum(t)	3	2	1	0	中性演变规则	沃尔弗拉姆规则	
	$s_i(t)$	1	1	0	0	6	224	
		1	0	1	0	5	150	
		1	0	0	1	4	129	
		0	1	1	0	3	126	
		0	1	0	1	2	105	
		0	0	1	1	1	23	

由此可见,中性二态系统的元胞自动机规则 是沃尔弗拉姆初等元胞自动机规则的子集。

2 中性二态系统的微观特性

采用元胞自动机模拟实验方法研究中性二态 系统的微观特性。系统初始状态由依次为长为 30 个元胞的黑白斑带、长为 20 个元胞的黑带、1 个元胞的白点、20 个元胞长的黑带、2 个元胞的双 白点、20 个元胞的黑带及 8 个元胞长的白带组成 的谱带。模拟采用周期性边界条件,演化 100 步 的模拟结果示于图 1。



图 1 中性二态系统的微观特性 Fig. 1 Microscopic characteristics of neutral two - state system

图 la 是中性演变规则1 的模拟结果。从该 图中可见,黑白斑带区稳定状态并被黑、白带吞 噬;黑带中的孤立单白点经1 步就扩展为白带;黑 带中的双白点、黑带及白带按周期1 演变,系统经 过15 步结束驰豫过程也进入周期为1 的振动状态。 图 1b 是中性演变规则 2 的模拟结果。在此 图中,黑白斑带区按周期 1 演变并被两侧区域吞 噬;黑带中的孤立单白点呈扩展趋势,在空间上形 成和时间上都按周期为 1 的规律演变;黑带中的 双白点呈扩展趋势,在空间上形成准周期结构,在 时间上双白点在最初的驰豫过程中呈准周期变 化;黑带及白带呈收缩并按周期为了的规律变化, 系统经过15步结束驰豫过程逐步进入混沌状态。

图 1c 和图 1d 分别是中性演变规则 3 和 4 的 模拟结果。在这 2 个图中可见,黑白斑带区经 1 步分别演变成黑带和白带,此后呈收缩的稳定状态;黑带中的孤立单白点和双白点呈扩展趋势,在 空间上形成准周期结构,在时间上单白点在最初 的驰豫过程中呈准周期变化;黑带及白带呈收缩 的稳定状态;图 1c 和图 1d 大部分区域呈互补,系 统自相似的准周期结构。

图 le 是中性演变规则 5 的模拟结果。由图 le 可见,黑白斑带区呈稳定状态并被两侧区域吞 噬;黑带中的孤立单白点呈扩展趋势,在空间上形 成准周期结构,在时间上单白点在最初的驰豫过 程中呈稳定状态;黑带中的双白点呈扩展趋势,在 空间上形成准周期结构,在时间上双白点在最初 的驰豫过程中呈准周期变化;黑带及白带呈收缩 的稳定状态,系统经过 15 步结束驰豫过程逐步进 入混沌状态。

图 1f 是中性演变规则 6 的模拟结果。在图 1f 中可见,黑白斑带区按周期为1 的规律演变并 被黑、白带吞噬;黑带中的孤立单白点经1 步就湮 灭;黑带中的双白点、黑带及白带呈稳定状态,系 统经过 15 步结束驰豫过程也进入稳定状态。

综上所述, 元胞自动机系统按中性演变规则 1和6演变呈现确定性, 规则1趋于振荡, 规则6 趋于稳定; 按中性演变规则2、3、4和5演变呈现 不确定性, 规则2和5的不确定性更为显著。

3 中性二态系统的宏观特性

一维元胞自动机演化带谱的一个最直接的统 计量是谱密度,它定义为带谱中状态不为零的元 胞所占的比例。在二态的元胞自动机中,可表示为

$$D(t) = \sum_{i=1}^{N} s_i(t) / N$$
 (1)

其中 N 为元胞空间的大小,s_i(t)为第 i 个元胞 t 时刻的状态。谱密度本质上是系统集合熵的一种 反映^[9]。

第*i*个元胞的功率 $p_i(t) = \frac{1}{2} [s_i(t) - s_i(t - 1)]^2$ 反映了该元胞的活跃性,该元胞从开始到*t* 时刻的功 $W_i(t) = \sum_{j=1}^{t} p_i(j)$ 反映了该元胞的活跃性 累积,系统的从开始到*t* 时刻的总功

$$W(t) = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{t} \frac{1}{2} [s_i(t) - s_i(t-1)]^2 (2)$$

在活跃性上反映了中性二态系统的宏观特性。

还可以用从开始到 t 时刻系统中各元胞功的 标准差表示系统活跃的均衡性,该标准差的计算 式为

$$\sigma(t) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} \left[W_i(t) - \overline{W}(t) \right]^2}{N-1}} \qquad (3)$$

图 2 是前述元胞自动机模拟实验的中性二态 系统宏观特性的分析结果。由图 2a 见,元胞自动 机系统按中性演变规则 6 演变,初期系统的态密 度有微小变化,此后为恒定值;按中性演变规则 1 演变,系统的态密度是以按规则 1 演变为包络的 振荡;按中性演变规则 2、3、4 和 5 演变,系统的态 密度则是以 50% 为均值的随机振荡。图 2b 表 明,元胞自动机系统按中性演变规则 1 演变,系统 总功上升最快,规则 2 次之,规则 3、4 和 5 下系统 总功则几乎有相同的变化规律,规则 6 下系统总 功很快饱和。图 2c 是系统中各元胞功的标准差 随时间的变化曲线,规则 1 和 6 的曲线重合,规则





3 和4 的曲线基本重合,规则2 和5 的曲线重合 且起初介于前两种情况之间,后来位于最高处。

综上所述,中性二态系统按规则1、2和6演 变表现出差异性较强的宏观特性,规则3、4和5 则变表现出极为相似的宏观特性。对于复杂系统,不同的微观相互作用可能导致相似的宏观结 果。在微观相互作用不清楚的情况下,元胞自动 机模拟方法成为研究系统宏观性质的重要方法, 也为探索系统的微观相互作用提供重要信息。

4 中性二态系统的组合优化

中性二态系统按不同的规则演变表现出不同 的微观和宏观特性,具有相当程度的复杂性。通 过控制和决策,决定系统在不同的时间步上采用 不同的规则,引导系统向着预设的目标演变,这是 物理学、化学、生物学、心理学、教育学、社会学等 学科中经常需要解决的问题。

中性二态系统按规则组合演变会出现组合爆 炸问题,采用优化策略逐步搜索系统演变路径是 一种高效可行的方法。定义优化函数

 $O(t) = c_1 D(t) + c_2 W(t) + c_3 \sigma(t)$ (4)

式中,D、W和 σ 分别为系统在t时刻的态密 度、总功和元胞功的标准差, c_1 、 c_2 和 c_3 为优化参 数,优化条件是使O(t)最大。图3是中性二态系 统组合优化的模拟实例。图 3a、b 右下部分插图 是组合规则图谱,插图的左边标尺由黑到白表示 规则号由1到6。

图 3a 是优化参数序列(c₁,c₂,c₃)分别为优化 1(0,1,-0.1)、优化2(0,1,-0.5)、优化3(0,1, -1)、优化4(0,1,-5)、优化5(0,1,-10)及优 化6(0,1,-20)的模拟结果,优化目标是获得较 大的系统总功和较小的元胞功的标准差,考察参 数 c₃ 对元胞功的标准差的影响。由图 3a 可见, 优化3、优化4及优化63组随参数 c₃绝对值的 增加,稳定后元胞功的标准差减小,其他3组稳定 后元胞功的标准差具有相近的值,对参数c₃不 敏感。





图 3b 是优化参数序列(c₁,c₂,c₃)分别为优化 1(1,-0.1,0)、优化 2(1,-1,0)、优化 3(1,-10,0)、优化 4(1,-0.1,-5)、优化 5(1,-1,-5)及优化 6(1,-10,-5)的模拟结果。图 3b 显 示,减少系统总功使稳定后的态密度减少,限制元 胞功的标准差可能使稳定后的态密度增加、也可 能减少。

综上所述,采用目标优化的组合规则,中性二 态系统向着预设的目标演变,可以用来研究复杂 系统的控制和决策问题。

5 结论

中性二态系统是物理学、化学、生物学、心理 学、教育学、社会学等学科中常见的复杂系统,用 元胞自动机模拟可以研究中性二态系统的性质, 拓展在这些学科的应用。 中性二态系统的元胞自动机模拟表明,在微观上系统具有稳态型、周期型、混沌型等特征,在 宏观上系统是可以用态密度、总功和元胞功的标 准差描述的。采用目标优化的组合规则,系统可 以通过控制和决策向着预设的目标演变。

参考文献:

- [1] Schelling T C. Micromotives and macrobehavior[M]. New York : Norton. 1978.
- [2] 李才伟,吴金平.岩石中结晶颗粒竞争性生长的随机元胞自动机模拟[J].中国地质大学学报,1996,21(6):593-596.
- [3] 杨家新,赵立中,贺明峰,等.双向二维交通流模型[J].系统工程,1995,13(6):43-47.
- [4] 吕晓阳,刘慕仁,孔令江.一维元胞自动机随机交通流模型的理论分析与计算机实验[J].物理学报,1998,47(11): 1761-1768.
- [5] Wolfram S. Theory and application of cellular automata[M]. [S. l.]: World scientific, 1986.
- [6] 孙战利. 空间复杂性与地理元胞自动机模拟研究[J]. 地球信息科学, 1999(2):31-37.
- [7] 邱炳文,陈崇成. 基于多目标决策和 CA 模型的土地利用变化预测模型及其应用[J]. 地理学报,2008,63(2):165-174.
- [8] 陈荣,余亮,何宜柱. 元胞自动机模拟在市场营销中的应用[J]. 预测,2000(2):58-60.
- [9] 吴江,胡斌.信息化与群体行为互动的多智能体模拟[J].系统工程学报,2009,24(2):218-225.
- [10] 杨善林,朱克毓,付超,等. 基于元胞自动机的群决策从众行为仿真[J]. 系统工程理论与实践, 2009,29(9):115-124.
- [11] 廖志高,徐玖平,技术创新横向扩散的元胞自动机模型及实证分析[J].科技管理研究, 2004(2);35-39.
- [12] 刘晶晶,朱莉欣. 管理领域中若干扩散性问题的元胞自动机模型[J]. 科技进步与对策,2007,24(7):152-155.
- [13] 张廷,高宝俊,宣慧玉.基于元胞自动机的创新扩散模型综述[J].系统工程,2006,24(12):6-15.
- [14] Wolfram S. Cellular automata and complexity [M]. Addision Wesley, [S. l.]: Reading MA, 1994.
- [15] Daisuke Uragami, Yukio Pegio Gunji, Lattice driven cellular automata implementing local semantics [J]. Physica D 2008,237: 187-197.
- [16] Takashi Moil. Edge of chaos in rule changing cellular automata[J]. Physica D 1998,116: 275-282.

Studies about Neutral two - state System Based on Cellular Automata

SHI You-jin, SUN Hou-qian, YU Xiao-ming

(Department of Fundamental Science Teaching, Yancheng Institute of Technology, Jiangsu Yancheng 224051, China)

Abstract: The concept of neutral two – state system is abstracted from a common phenomenon in physics, education, sociology etc, and a cellular automata model is proposed for the system. Micro – /macro – characteristics and combination – evolutions of the system are researched by computer simulations, which shows that the system can perform a variety of complex features such as fixed, circular and chaotic type, and can be used to simulate a common phenomenon in physics, education, sociology etc, as well as the effect of the control and decision on the system.

Keywords: cellular automata model; neutral two - state system; complexity