LMG 多向载荷及刚度模型的研究

姜大志,倪国林,孙俊兰

(盐城工学院机械工程学院,江苏盐城 224051)

摘要:根据理论力学、弹性力学及其赫兹接触理论等有关方面的知识,对整个滚动直线导轨副的 力学性能进行了分析,提供了在任意力、力矩作用下滚动直线导轨副各个轴向的分力及力矩的 计算公式:推导出导轨在此载荷条件下的静刚度模型。

关键词:滚动直线导轨;位移;预加载荷;滑块

中图分类号:TH113.2 文献标识码:A

滚动直线导轨副(linear ball guide,缩写: LMG)主要由导轨、滑块、钢珠、端盖等组,如图 1 所示,目前,以滚动直线导轨副组成的工作台在精 密机械、电子机械和精密仪器中得到越来越广泛 的应用,它能够把机械定位精度提高到超微米级。 滚动直线导轨副的刚度特性是工作精度的基本保 证,随着滚动导轨应用范围日益扩大,技术提升和 对产品性能要求越来越高已经成为必然趋势。文 献[1]和[2]虽然分别从静态和动态两个方面对 导轨副的刚进行了研究,但都是以垂直于滑块工 作面的载荷为前提进行研究的,实际工作时根据 工作对象的不同,载荷的方向可以是任意方向。 本文对滚动直线导轨副各向载荷及刚度进行详细 的研究,该项研究对提高导轨运动精度、寿命以及 结构优化改进等具有一定参考作用。



图 1 滚动直线导轨副的组成及结构 Fig. 1 Assembled and structure of LMG 文章编号:1671-5322(2011)01-0005-04

1 坐标系的建立和导轨副的受力分析

建立如图2所示的三维空间直角坐标系,以 导轨截面对称中心0点为坐标原点,导轨滑块上 每个作用载荷在各轴上的分量的大小和作用位置 都不同,故会在各轴上产生旋转力短,如图1所 示。外载荷将在各个轴上形成一个分力和分力



图 2 滚动直线导轨副坐标系、外载荷及变形示意图 Fig. 2 The load and deformation in coordinate system of LMG

收稿日期:2010-12-06

基金项目:江苏省科技支撑项目(BF2007057)

作者简介:姜大志(1957-),江苏建湖人,教授,博士,主要研究方向为机械设计、机械制造与过程装备。

矩,再将各个分力和分力矩合成,在各轴上形成一 个合力矩和合力,其计算公式如下:

$$M_{x} = \sum_{\substack{i=1\\N}}^{N} - (F_{iy}l_{z} + F_{iz}b) \quad F_{x} = \sum_{\substack{i=1\\N}}^{N} F_{ix} \quad (1)$$

$$M_{y} = \sum_{\substack{i=1\\N}}^{N} (F_{is}l_{it} - F_{it}l_{is}) \quad F_{y} = \sum_{\substack{i=1\\i=1}}^{N} F_{iy} \quad (2)$$

$$M_{z} = \sum_{i=1}^{\infty} (F_{iy}l_{ix} - F_{ix}b)$$
(3)

在(1)、(2)、(3)式中: l_{ix} 、 l_{iy} 、 i_{ia} 为作用在滑块 台面上的外载荷 F_i 到原点的距离分别在 X、Y、Z轴上的投影; $b = l_{iy}$ 为坐标原点到工作台面的距 离。 F_a 、 F_{iy} 、 F_a 分别为作用在滑块台面上的外载 荷 F_i 分解成为沿各坐标轴上的分力。

滑块在 3 个轴向分力和 3 个轴向分力矩的作 用下,会同时产生 5 个变形位移量,其中包括 2 个 线变形位移量和 3 个角变形位移量,即 Y 轴方向 上的线位移变形位移 α_1 (mm),以 X 轴为中心轴 的旋转角变形位移 α_2 (rad),以 Z 轴为中心轴的 旋转角变形位移 α_3 (rad),以 X 轴方向上的线变 形位移 α_4 (mm),以 Y 轴为中心轴的旋转角变形 位移 α_5 (rad)。

3 预加载荷时导轨副的变形位移分析

因外部载荷所引起的导轨弹性变形量与导轨 的尺寸比较相对较小,因此在进行外部载荷研究 时,导轨中各元件可作为刚性体来考虑。在对导 轨内部载荷分析时,由于内部载荷所引起的弹性 变形直接影响到滚动直线导轨副中元件的受力状 况,故将导轨中各元件作为弹性体来研究。

在单圆弧滚动直线导轨副中,滚珠与滑块和 轨道各有一个接触面,当滑块受到外载荷时,在此 两个接触面内同时产生接触应力,并在其接触面 域内产生弹性形变。为了提高滚动直线导轨副的 刚度及其刚度特性,通过适当加大滚珠直径,通过 装配过盈来实现预加载荷(或预压),在施加预压 的条件下,取滑块中某一列滚珠的横截面为分析 对象。图3为滑块在无外载荷作用仅有预压时滚 动直线导轨副的受力状态图,图4为滑块受外力 后,发生弹性变形后的受力状态图,两图中点划线 所示的圆为滚珠在承载中的实际位置。

图 3 中 λ 为预压量, Q_0 为预压载荷, δ_0 为滚 珠预变形量, A_k 为发生弹性变形前滑块内沟槽的 曲率中心, A_g 为发生弹性变形前轨道上滚道的曲 率中心, A'_k 为发生弹性变形后滑块内沟槽的曲 率中心, A'_{s} 为发生弹性变形后轨道上滚道的曲率中心。弹性变形前后滑块内沟槽的曲率中心发生了移动,此移动量分别分解为 Y 轴方向上和 X 轴方向上的分量,滑块体在 Y 轴方向上的移动量为 δ_{s} ,其表达式如下所示:

$$\delta_{ij} = \alpha_1 + \alpha_2 z_{ij} + \alpha_3 x_{ij} \qquad (4)$$

$$\delta_{xij} = \alpha_4 + \alpha_5 z_{ij} - \alpha_3 \gamma_{ij} \tag{5}$$

上式中:*x_{ij}为 X* 方向上的位移坐标值;*y_{ij}为 Y* 方向上的位移坐标值;*z_{ij}为 Z* 方向上的位移坐标 值;*i* 为滚珠的序号;*j* 为滚珠列的序号。



图 3 无外载荷时导轨副受力及变形状态图 Fig. 3 Stress and deformation state of LMG on free

滚动直线导轨副实现预紧的主要方法是适当 的加大滚珠的直径,使实际直径比结构直径略大, 从而实现滚珠与滑块体和轨道体的过盈装配,达 到预紧滚动直线导轨副的目的。

由上图可以看出,滚珠的直径加大λ后,滚 珠与沟槽壁之间会形成挤压状态,滚珠将会发生 一定量的形变量,同时,滚珠和沟槽壁之间的间隙 完全消除,使滚动直线导轨副在不受外载荷的情 况下,就存在预变形。

滚珠在某种预紧状态下的变形 δ₀ 为:

$$\delta_0 = \eta \left[\frac{9}{64} \left(\frac{1 - v^2}{E} \right)^2 Q_0^2 \sum \rho \right]^{\frac{1}{3}}$$
 (6)

滚珠和法线方向上的接触角由刚开始的 γ_j 变为 β_{ij} , A'_h 和 A_g 之间的距离在 Y 轴和 X 轴上的 投影分别为 L_{ii} 和 L_{ii} :

 $L_{\rm vii} = 2f D_a \sin \gamma - (D_a + \lambda) \sin \gamma + \delta_{\rm vii} \quad (7)$



Hand 文载后寻机剧交刀从恋困 Fig.4 Stress state of LMG on load

 $L_{xij} = 2fD_a \cos \gamma - (D_a + \lambda) \cos \gamma + \delta_{yi}$ (8) 上式中: D_a 为滚珠直径;f 为滚道曲率半径系数,其值一般在 0.51 - 0.53 之间。

A', 和A, 之间的距离为:

$$\overline{A'_{h}A_{g}} = (L_{yij}^{2} + L_{xij}^{2})^{\frac{1}{2}}$$
(9)

接触角*β*_{ij}为:

$$\sin \beta_{ij} = \frac{L_{yij}}{\sqrt{L_{yij}^{\omega} + L_{xij}^{2}}}$$
(10)

滚道内各个滚珠的弹性变形量 δ_{ii} 为:

 $\delta_{ij} = (L_{\gamma ij}^2 + L_{zij}^2)^{\frac{1}{2}} - (2f - 1)D + \lambda - \delta_0 \quad (11)$

滚动直线导轨副中,滚珠和滑块、轨道使用的 材料相同,故由赫兹接触理论可知,两物体相互接 触时发生的弹性变形量 δ_i为:

$$\delta_{ij} = \eta \left[\frac{9}{64} \left(\frac{1 - v^2}{E} \right)^2 Q_0^2 \sum \rho \right]^{\frac{1}{3}} \quad (12)$$

上式中:E一弹性模量;v一泊松比; Q_{ij} 一滚珠与滚 道接触点处的作用力; η 一弹性系数; $\Sigma \rho$ 一滚珠 与滑块滚道接触时的曲率和,即: $\Sigma \rho = \rho_{11} + \rho_{12} + \rho_{21} + \rho_{22}, \rho_{11}, \rho_{12}$ 分别表示滚珠上的两个主曲率, ρ_{21}, ρ_{22} 分别表示滑块滚道面上的两个主曲率。

4 各向载荷模型的建立

根据以上受力及变形位移协调分析可以推导 出各向载荷 *F_y*、*F_x、M_y、M_x、M_x*的表达式分别为:

Y轴方向上的合力平衡表达式:

$$\sum_{j=1}^{J} \sum_{i=1}^{I} Q_{ij} \sin \beta_{ij} - F_{y} = 0$$
 (13)

X 轴方向上的合力平衡表达式:

$$\sum_{j=1}^{J} \sum_{i=1}^{I} Q_{ij} \cos \beta_{ij} - F_{z} = 0 \qquad (14)$$

X 轴方向上合力矩的平衡表达式:

$$\sum_{i=1}^{7} \sum_{i=1}^{7} Q_{ij} \sin \beta_{ij} z_{ij} - M_{*} = 0$$
 (15)

Y轴方向上合力矩的平衡表达式:

$$\sum_{j=1}^{J} \sum_{i=1}^{I} Q_{ij} \cos \beta_{ij} z_{ij} - M_{y} = 0$$
(16)

Z 轴方向上合力矩的平衡表达式:

$$\sum_{j=1}^{j} \sum_{i=1}^{j} (Q_{ij} \sin \beta_{ij} x_{ij} - Q_{ij} \cos \beta_{ij} y_{ij}) - M_x = 0$$
 (17)
其中在(13)到(17)式中的 *i* 为有效承载滚
球数,*j* 为滑块内滚球的列数。

5 各项载荷条件下的静刚度模型

根据滚动直线导轨副各向载荷模型可以推导 出在受到外载荷时的静刚度模型分别为:

Y轴方向上的垂直静刚度:

$$K_{y} = \frac{\partial F_{y}}{\partial a_{1}} = \frac{\partial \left(\sum_{j=1}^{T} \sum_{i=1}^{T} Q_{ij} \sin \beta_{ij}\right)}{\partial a_{1}} \quad (18)$$

X 轴方向上的垂直静刚度:

$$K_{x} = \frac{\partial F_{x}}{\partial a_{4}} = \frac{\partial \left(\sum_{j=1}^{T} \sum_{i=1}^{T} Q_{ij} \cos \beta_{ij}\right)}{\partial a_{4}} \quad (19)$$

X 轴方向上的旋转静刚度:

$$K_{ox} = \frac{\partial M_{x}}{\partial a_{2}} = \frac{\partial \left(\sum_{j=1}^{J} \sum_{i=1}^{J} Q_{ij} \sin \beta_{ij} z_{ij}\right)}{\partial a_{2}} (20)$$

Y 轴方向上的旋转静刚度:
$$K_{oy} = \frac{\partial M_{y}}{\partial a_{5}} = \frac{\partial \left(\sum_{j=1}^{J} \sum_{i=1}^{J} Q_{ij} \cos \beta_{ij} z_{ij}\right)}{\partial a_{5}} (21)$$

Z 轴方向上的旋转静刚度:

$$K_{\alpha x} = \frac{\partial M_{x}}{\partial a_{3}} = \frac{\partial \left(\sum_{j=1}^{J}\sum_{i=1}^{J}\left(Q_{ij}\sin\beta_{ij}x_{ij} - Q_{ij}\cos\beta_{ij}\gamma_{ij}\right)\right)}{\partial a_{3}}$$
(22)

总结 6

本文利用理论力学和弹性力学中的相关知识 建立了较为准确的滚动直线导轨副各向载荷及刚 度模型:该模型充分考虑了影响滚动直线导轨副 受力变形的因素,提高了模型的真实度,减小了误 差;并且该模型理论知识完善、影响因素全面;所 得出的位移模型对提高导轨副刚度、寿命以及结 构改进等具有指导意义。

参考文献:

- [1] JamesShih ShynWu, Jyh ChengChang, Jui PinHung. The effect of contact interface on dynamic characteristics [C]. Mathematics and Computers in Simulation, 2007.
- [2] 应强.滚动直线导轨副静刚度的研究[D].无锡:江南大学,2007.
- [3] 高飞. 直线滚动导轨预加载荷的应用研究[D]. 无锡:江南大学,2007.
- [4] 万长森. 滚动轴承的分析方法[M]. 北京:机械工业出版社,1987.
- [5] 寺町彰博. リニアシステム編集委员会, リニアシステムの理論[M]. 东京:日刊工業新聞社, 2001.

Research on The Respective Load and Rigidity's Model for LMG

JIANG Da-zhi, NI Guo-lin, SUN Jun-lan

(School of Mechanical Engineering of Yancheng Institute of Technology, Jiangsu Yancheng 224051, China)

Abstract : Raper analyzes the mechanical capability of the entire linear motion ball guide, puts forward a formula of the respective axes' press and tortilla for linear motion ball guide by any press and tortilla, and calculates the static rigidity - model for linear motion ball guide on this condition based on the knowledge of theoretical mechanics, elastic mechanics and Hertz contacting theory in the elasticity.

Keywords: linear motion ball guide; displacement; preloading; slider

(责任编辑:沈建新;校对:张英健)