

矢量空间上下文模型的 LMMSE 图像去噪算法研究

蔡银珊

(揭阳职业技术学院 信息工程系, 广东 揭阳 522000)

摘要:线性最小均方误差估计 LMMSE(wavelet-based multiscale linear minimum mean square-error estimation) 目前是小波去噪领域的热门课题, 讨论了矢量空间的最小均方误差估计的新算法, 主要考虑图像各层间的关系, 将线性 MMSE 运用到矢量空间, 对去噪图像边缘模糊问题有较大改善。

关键词:LMMSE; 矢量空间; 上下文模型

中图分类号:TP391.413

文献标识码:A

文章编号:1671-5322(2011)04-0052-04

在众多的图像去噪算法中, 基于 PDE 算法的效果是比较理想的处理方法, 但是各向同性扩散算法对于图像边缘和纹理部位等信息没有识别能力, 导致这些图像的特征严重丢失。

小波变换在图像去噪中占据非常重要的地位, 虽然小波变换能去掉部分相关性, 但小波系数的各层之间存在相互制约关系, 如果能在进行图像去噪时充分利用这些关系, 效果会有很大改善。下面探讨的矢量空间线性最小均方误差估计、尺度空间上下文模型的算法就充分考虑小波系数的各层间相关性, 并以贝叶斯为参考, 采用最小均方误差估计, 运用矢量线性运算来进行图像去噪。

1 LMMSE 去噪算法

1.1 线性最小均方误差估计理论

为了研究尺度间的相关性, 使用了非下采样的小波分解与重构, 把小波系数分成几种自适应类型, 每个子带都和输入图像有着相同个数的系数。这样将各尺度中在同一位置的小波系数整合起来形成一个矢量, 再运用 LMMSE 算法。这种操作充分地利用小波系数的尺度间的相互关系, 估算后将更好地优化还原图像的小波系数。

1.2 非下采样小波分解

非下采样^[1]的小波分解方法较好地改善了正交小波去噪过程中普遍会出现的吉布斯现象,

但去噪效果不明显, 实践中已有改善这种现象的研究。如将输入图像的第 k 层小波系数用 G_k 表示, 低通滤波器用 L_j 表示, 而 H_k 为高通滤波器(分解的层数用 k 表示)。将图像经高、低通滤波器, 通过高通滤波器后得到的系数再分别被高、低通滤波器滤波, 经过低通滤波器的系数也分别被高、低通滤波器进行滤波操作。将整个滤波过程数学化: 图像 I_k 分别与 L_j 、 H_k 作卷积, 从而得到一级分解的小波系数。然后再将通过一级分解后的两类小波系数分别与高通、低通滤波器的卷积运算, 从而获得 4 个小波系数为: 高高、高低、低高、低低 4 个矩阵: CD_k, CV_k, CH_k, CA_k 。这里分解后得到的系数没有进行采样处理, 所得到的每个子带的系数矩阵同原图像的大小相同^[2]。图 1 为小波非下采样分解得到的示意图。

L_k 滤波器是将 L_0 用 $(2^{k-1} - 1)$ 和 0 进行内

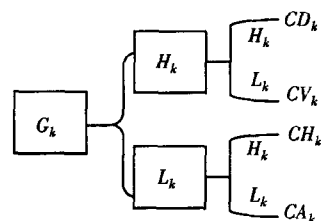


图 1 非下采样的小波分解图

Fig. 1 Wavelet decomposition of non-sampling plans

收稿日期:2011-09-08

基金项目:揭阳职业技术学院 2010 年度学院科研基金重点项目(jyckz1002)

作者简介:蔡银珊(1976-),女,广东揭阳人,讲师,硕士,主要研究方向为计算机图形图像处理算法、数据库技术。

插值操作从而进行替换,高通滤波器当带宽减少时通过对滤波器补0来完成。通过上面的分析可以预见:采用了非下采样小波分解,图像的冗余系数相对比较大。

Cunha 和 Min. h Do 等^[3]于2006年提出了非下采样的小波变换,在他们的研究中可以看到:采用非下采样的小波分解,能够比较合理地获得对各个子带之间的相关性;同时因为冗余小波系数包含的信息量比较丰富,为识别噪声与边缘特征提供了便利。

通过前面的理论可以得出:非下采样的冗余小波变换中图像的冗余系数虽然大,但它为局部噪声边缘特征系统的比较提供了更多的对比,这样得到的结果更精准。在某块小区域中如果灰度级最大,实际上它就代表最大的系数,因此在实际操作中经常选择冗余小波系数中的最大值的各个相关的部分,就可较大限度地使边缘特征得以保留。而噪声系数也会在与冗余系数进行比较时被较大的图像边缘所代替,逐步完成噪声去除,有时不需要设定阈值^[4]。

1.3 LMMSE 去噪算法

这里的 LMMSE 算法是把各个尺度中在同一空间位置的小波系数联合起来作为一个矢量,这样 LMMSE 算法在很大程度上与软阈值的方法^[5]相同。设 w 代表含噪图像的小波系数, x 是原始图像, v 为噪声,则 $w = x + v$ 。

LMMSE 算法是对含噪图像的系数进行线性变换: $\hat{x} = c \times w$,

$$c = \sigma_x^2 / (\sigma_x^2 + \sigma_v^2) \quad (1)$$

式中 c 为常量,与源信号无关, σ_x^2 和 σ_v^2 分别是信号和噪声方差。为了更好地结合尺度空间关系,并且使上下文模型有助于图像局部特征的区别,所以将该模型扩展到尺度空间的小波系数矢量变量以便于估算。

假设 $g = f + \eta$, 用 g 代表含噪图像(测试图像), f 代表无噪图像(原始图像), η 代表噪声(独立同分布高斯噪声), η 服从 $(0, \sigma_n^2)$ 分布,根据算法的需要,这里假设与 g 独立同分布。

通过冗余小波一系列变换后系数为:

$$w_j = x_j + v_j \quad (2)$$

LMMSE 来代替软阈值,由于非下采样时小波变换可以不设定阈值,根据需要假设 x_j 和 v_j 均为0,则小波系数的 LMMSE 为:

$$\hat{x} = c' \times w_j \quad (3)$$

将公式(1)进行变换,结合(4)公式可以得到 LMMSE 基本算法(5), A, B 表示输入图像的大小。

$$\sigma_j = \|L_{j-1}\|_\sigma \quad (4)$$

$$\sigma_{w_j}^2 = \frac{1}{A \cdot B} \sum_{a=1}^A \sum_{b=1}^B w_j^2(a, b) \quad (5)$$

2 矢量空间的 LMMSE 去噪算法

参考 Xu^[6]等的研究可以了解处于邻域关系的小波系数在各个尺度很类似,通过增加邻域小波的尺度来锐化边缘特征,在迭加的过程中找出最大值;Crouse^[7]和 Fan^[8]等提出的 HMM 算法也运用了尺度小波系数相关性,可以看出尺度间模型对于去噪算法有一定影响。在进行去噪时,噪声水平与尺度大小关系密切:噪声水平随尺度的增大而递减,信号特征却得以增强。基于这样的关系,在实际操作中可以考虑用大尺度的信息来改进小尺度的分析。如果图像共被分成 j 个层,第 j 层与 $j+1$ 层关系很大,但与 $j+2$ 层, $j+3$ 层……越下面的层相关性就越小,即 x_j 只依 j 和 $j+1$ 的系数来完成估算。把同一方向的 j 和 $j+1$ 层的点作为一个矢量:

$$w_j(a, b) = [w_j(a, b), w_{j+1}(a, b)]^T \quad (6)$$

通过噪声水平与尺度大小关系可以了解到:在相同的位置,小波系数相对于信号来说是大尺度信号,而相对于噪声却是小尺度的。基于这些关系考虑,这里不利用小尺度来估计大尺度的信号。而给出图像的加性高斯为模型:

$$w_j = x_j + v_j \quad (7)$$

其中高斯噪声用 x_j 表示,并且和 v_j 是相对独立的。

$$x_j(a, b) = [x_j(a, b), x_{j+1}(a, b)]^T \quad (8)$$

x_j 的 LMMSE 估算为:

$$x_j = P_j(P_j + R_j)^{-1} w_j \quad (9)$$

P_j 是信号的协方差矩阵, R_j 是噪声协方差矩阵,作为协方差矩阵是由相邻图层的噪声在不同尺度上的投影决定的。

3 矢量空间上下文模型的 LMMSE 图像去噪算法

小波系数的直方图并不接近于高斯模型^[9],比如边缘点的数值较大,但对应背景元素却小,它们的方差及均值都不同。如果将它们看做同样的高斯变量的话会导致一定的误差,因此把所有系数的自带用随机变量来建模不合适。

矢量空间的上下文模型算法:将具有相似性、但不必是空域相邻的元素合并成为一类,进而分别估算出每个类的统计量。在本研究中将图像按照前面的方法作小波变换,得到系数矩阵。假设 $w_j:(m,n)(i)=1,\dots,8$ 是系数矩阵某个元素相邻 8 的元素。可以得出上下文矩阵的求解结果:

$$u_j^{m,n} = [w_j:(m,n)(1), \dots, w_j(m,n)(8)] \quad (10)$$

$w_j(m,n)$ 上下文可以由二维矢量空间的位置分类,合理选择步长相对固定的滑动窗口将 x 轴分成若干个区域,用相同的方法将 y 轴也分成若干个区域,通过这种方法分解可以得到数量不同的上下文值和阈值矩阵。利用矢量空间进行图像去噪算法的完整 LMMSE 算法流程如图 2:

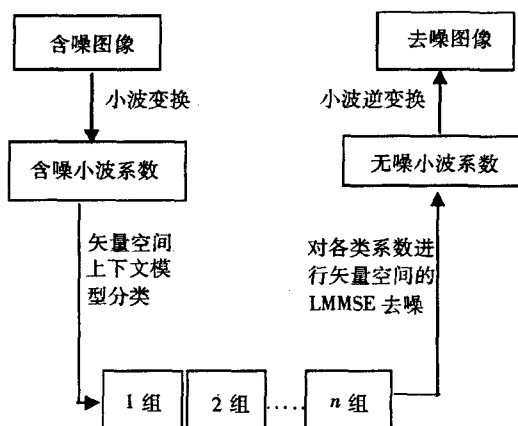


图 2 矢量空间上下文模型的 LMMSE 图像去噪算法流程图

Fig. 2 The vector space model context LMMSE denoising algorithm flowchart

利用小波系数层间相关性,改进了上下文模型分类算法,将上下文模型运用到矢量空间。被估计的小波系数的 8 个方向相邻系数作为小波系数的上下文,将尺度相邻、位置相同的小波系数看做一个矢量进行小波变换,充分体现了层间系数相互依赖关系,进一步将线性 MMSE 运用到矢量空间。结合非下采样方法进行小波分解时能更好、更多地保留小波系数的信息,使用冗余小波变换将大大减少计算复杂度,使得 LMMSE 算法的去噪效果在视觉或是信噪比方面都有了很大的改变。

4 结果分析

本算法选择大小为 512×512 的 head、Peppers 图像进行实验,分别选择噪声水平 $\sigma_n =$

10、20,选取 symmlet8 小波对图像进行分解。通过与常见的 BayesShrink^[10]算法结果进行比,去噪效果的峰值信噪比(PSNR)如表 1,从实验结果的数据可以清楚看到:对于两幅图像的不同噪声水平、12 次实验对比中,本文提出的算法比 BayesShrink 算法的峰值信噪比都高;这说明本文提出的算法与广义高斯分布模型的阈值去噪算法相比,在各个方面更具有优越性。在图 3 中 a 是原始图像,b 是加噪图像($\sigma_n = 20$),c 是去噪图像,从效果图可以看出,本算法在提高客观去噪指标峰值信噪比的同时,在主观视觉效果也有比较好的改善,对丰富的边缘细节和纹理保留较理想。

表 1 不同去噪算法的 PSNR 比较

Table 1 Comparison of different denoising algorithm PSNR

去噪算法	噪声标准差	
	10	20
加噪 head	28.15	22.18
BayesShrink	33.76	28.53
本论文算法	35.68	32.01
加噪 Peppers	28.15	22.14
BayesShrink	32.08	27.85
本论文算法	34.15	31.45

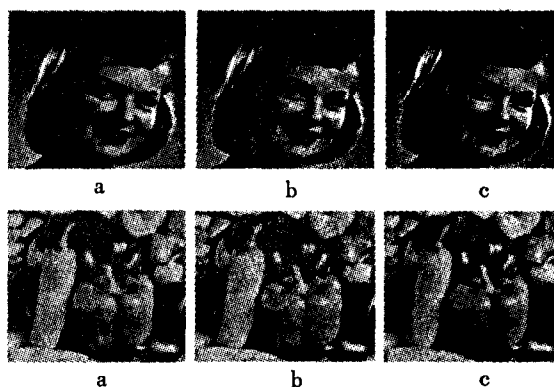


图 3 Head 和 Peppers 去噪对比

Fig. 3 Comparison of head and Peppers denoising

5 结语

本文在线性最小均方误差估计理论基础上推导出了矢量空间的 LMMSE 算法的去噪系数估计方法。借助层间关系的运用,将小波系数根据特征类似进行归类划分,打破了空间的邻域关系,这种方法使计算获得的阈值自适应性更强。通过实

验可以看到这种算法在图像的信噪比、均方误差上有很大的提高,在很大才程度上也改善了视觉效果。

虽然关于图像去噪的算法的研究也颇多,但对于小波去噪的探索还是比较欠缺,所以需要深

入研究,并在当前算法的基础上有所突破和创新,如优化小波系数统计模型、实现空域和小波域相结合的算法,能够从多方面、不同角度研究出符合包含各种类型噪声的图像小波系数的特征统计模型等。

参考文献:

- [1] 毛晓晖. 基于小波系数相关性的图像去噪算法研究[D]. 武汉:中南民族大学,2010.
- [2] Arce G R, Foster R E. Detail preserving ranked - order based filters for image processing[J]. IEEE Trans. Acoustics, Speech and Signal Processing, 1989, 37(1): 83 - 98.
- [3] Cullha A L, Zhou J E, Do M N. The nonsubsampling contourlet transform: theory, design, and applications[J]. IEEE Transactions on Information Image Processing, 2006, 15(10): 3 089 - 3 101.
- [4] Li Xingmei Yan Guoping. A new method of image denoise using contourlet transform[C]. International Conference on Environmental Science and Information Application Technology, 2009.
- [5] 曾国平. 小波变换的图像去噪算法研究[D]. 北京:北京交通大学,2007.
- [6] Xu Y, Weaver J B. Wavelet transform domain filters: a spatially selective noise filtration technique[J]. IEEE Trans. Image Process., 1994, 3(11): 747 - 758.
- [7] Sadler B M, A Swami. Analysis of multiscale products for step detection and estimation[J]. IEEE Transactions on Information, 1999, 45(4): 1 043 - 1 051.
- [8] Fan G, Xia X G. Improved hidden Markov models in the wavelet domain[J]. IEEE Trans. Signal Process., 2001, 49(1): 115 - 120.
- [9] 蔡银珊, 黄英铭. 基于 P&M 模型的图像去噪平滑处理算法[J]. 计算机仿真, 2011(8): 256 - 257.
- [10] Vidakovic B, Lozoya C B. On time2 dependent wavelet denoising[J]. IEEE Transactions on Information. Signal Processing, 1998, 46(9): 2 549 - 2 551.

LMMSE Image Denoising Algorithm on Vector Space Model Context

CAI Yin-shan

(Department of Information Engineering, Jieyang Vocational and Technical School, Jieyang Guangdong 522000, China)

Abstract: Linear minimum mean square error estimation - LMMSE (wavelet - based multiscale linear minimum mean square - error estimation) is currently a hot topic of wavelet denoising field. Vector space discussed below is the minimum mean square error estimation of the new algorithm. Considering the image more the relationship between layers and the linear MMSE applied to the vector space, blurring the edges of the image denoising have been greatly improved.

Keywords: LMMSE; Vector space; model context

(责任编辑:沈建新)