

新建超市影响居民消费的研究

董 鹏

[卡莱(梅州)橡胶制品有限公司计划部,广东 梅州 514759]

摘要:以简单数学模型来分析新建超市如何吸引附近居民前往购物,探讨之影响因子有两超市相隔距离与占地面积比率。别于前人研究,超市所在城市区域为一有限范围。研究结果指出:为吸引更多居民惠顾,若新建超市面积较大或与旧者相同时,其座落位置应尽可能靠近旧超市;反之,则存在临界位置,当新超市盖予其处时,所能影响之范围最大,若新超市面积小,与旧超市距离应加大。

关键词:超市消费;临界位置;数学模型

中图分类号: O29 **文献标识码:** A **文章编号:** 1671-5322(2012)02-0018-04

到超市购物消费是民众生活的一部分,超市若要生意兴隆,吸引大批人潮,以下有几项是必须考虑的因素^[1]。第一、超市占地面积要够大,因为一个大型超市才能陈列琳琅满目的商品,提供民众选购。第二、超市座落的位置与消费者居住的地点愈近愈佳,如此才能因为交通便利,提高民众购买欲望。当然除了上述以外,还有其它因素会直接或间接地影响消费者购物倾向,例如店家的评价等,在此不多阐述。过去学者曾经针对两个超市做分析^[2],透过数学模型可以了解:若已知两超市之间的距离与两占地面积之比值时,则可界定出两超市各自的影响范围,有趣的是:影响范围之中分线是一个圆或一条直线。但是上述分析结果是假设超市周遭均住满民众,而且绵延至无穷远处。本研究将以过去前人的努力成果做为基础,探讨当两超市附近的住家范围有限的情形下(亦即距离超市太远处并无人居),超市面积与兴建位置如何影响邻近居民之消费行为,如此分析所得结果将更为接近真实状况。藉由计算结果,提供兴建超市投资者一些初步参考信息。

1 数学分析与讨论

1.1 前人研究

首先详尽陈述前人研究^[2]。设某超市每年或每季民众进入购物消费之入次数为 N ,此数应

与超市占地面积 A 成正比(理由如前文说明),而与民众至超市间距离之平方 L^2 成反比(因距离远近影响购物次数多寡之有效范围系以平面面积计算),故数学式可表成^[2]

$$N = k \frac{A}{L^2} \quad (1)$$

式中 k 为常数,代表一般民众消费行为的指数(指标)。设第一个超市占地面积 A_1 ,其中心所在位置坐标为 $(0,0)$;第二个超市占地面积,位置坐标为 $(p,0)$,则两超市中心之间的距离为 p 。民众每年(或每季)至第一超市消费之入次数为

$$N_1 = k \frac{A_1}{L_1^2} \quad (2)$$

同理,民众每年(或每季)至第二超市消费之入次数为

$$N_2 = k \frac{A_2}{L_2^2} \quad (3)$$

上两式中, L_1, L_2 为民众与第一超市及第二超市之间的距离。设民众居住位置之坐标为 (x,y) ,则有 $L_1^2 = x^2 + y^2$ 与 $L_2^2 = (x-p)^2 + y^2$,式(2)、(3)可写成

$$N_1 = k \frac{A_1}{x^2 + y^2} \quad (4)$$

$$N_2 = k \frac{A_2}{(x-p)^2 + y^2} \quad (5)$$

收稿日期:2011-03-05

作者简介:董鹏(1980-),男,陕西安康人,战略研究员,主要研究方向为数学建模、供应链管理。

然后考虑两超市对附近民众之吸引范围为何,亦即居住何处之居民,其至两超市购物之次数(或机率)是相等的。令 $N_1 = N_2$ 可得

$$\left(x - \frac{pA_1}{A_1 - A_2}\right)^2 + y^2 = \left[\frac{\sqrt{A_1 A_2} p}{A_1 - A_2}\right]^2 \quad (6)$$

上式为 1 个圆,其圆心坐标为 $[\frac{pA_1}{A_1 - A_2}, 0]$,半径为 $\frac{\sqrt{A_1 A_2} p}{A_1 - A_2}$ 。若令两超市面积比值为 $A_2/A_1 = S$,则式(6)可改为

$$\left(x - \frac{p}{1 - S}\right)^2 + y^2 = \left[\frac{\sqrt{S} p}{1 - S}\right]^2 \quad (7)$$

其圆心坐标为 $[\frac{p}{1 - S}, 0]$,半径为 $\frac{\sqrt{S} p}{1 - S}$ [2]。若定义新变量: $x^* = x/p, y^* = y/p$,则式(7)可改为

$$\left(x^* - \frac{1}{1 - S}\right)^2 + y^{*2} = \left[\frac{\sqrt{S}}{1 - S}\right]^2 \quad (8)$$

特别值得注意的是:当两超市具有相等大小之面积($S=1$),上述之圆会变成 1 条垂直线: $x = p/2$ 或 $x^* = 1/2$ 。图 1 说明两超市在不同面积比值情形下所产生之吸引范围。由结果可知:当第二超市面积较小时($S < 1$)。两超市吸引范围之「中分界线」是位于垂直线($x^* = 1/2$)右侧之圆,圆内面积即为第二超市吸引附近民众前往购物之范

围,圆以外的面积即为第一超市吸引附近民众前往购物之范围。此外;若增加第二超市面积,将可增大其对民众吸引之面积,唯必须增加兴建成本。如前述,当两超市面积相等时($S=1$),因为两超市之条件相当,其吸引范围之「中分界线」是一条位于 $x^* = 1/2$ 之垂直线。当第二超市面积较大时($S > 1$)。两超市吸引范围之「中分界线」是位于垂直线($x^* = 1/2$)左侧之圆,圆以外之面积即为第二超市吸引附近民众前往购物之范围,圆内面积即为第一超市吸引附近民众前往购物之范围。同理,增加第二超市面积,将可缩减第一超市对民众吸引之面积。

1.2 本研究工作

接下来是本研究之核心工作。鉴于上述模式虽然理想,也能反应一部分事实,但是毕竟有其缺陷。其中之一,就是未能考虑超市附近民众居住之散布情况,因为距离超市太远之处可能无人居住。或者换个角度来看,当已知某城市住家之分布范围,且市区中心已兴建第一座超市,若某业者拟再兴建第二座超市,则如何评估新建超市之影响(吸引)范围。以下针对本问题建立数学模型并分析。

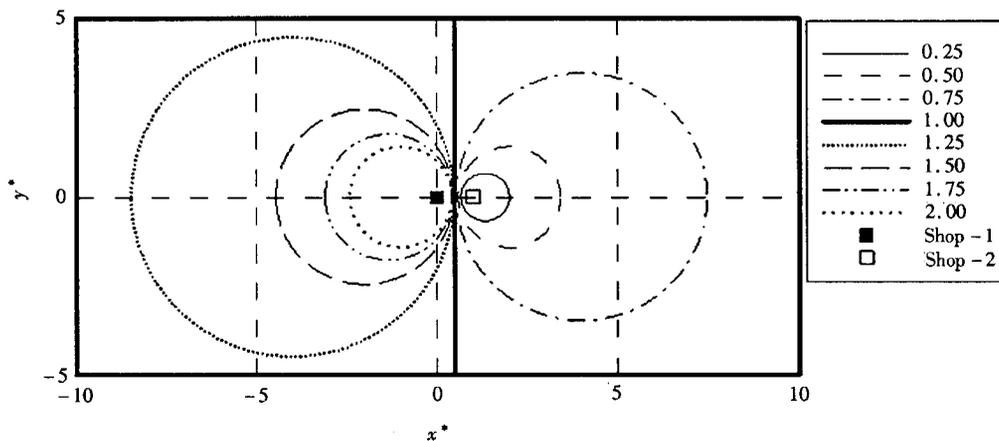


图 1 两超市在不同面积比值情形下所产生之吸引范围

Fig. 1 2 supermarkets in different area ratio case of attract range

设城市中心坐标为(0,0),此亦为第一超市中心位置所在,城市居民平均分散在半径为 R 之圆内。若第二超市兴建之位置在 $(p, 0)$,则依据前述结果,当两超市面积不同时,其影响范围之「中分圆」可能全部落在城市区域内(半径为 R 之圆),或者一部分落在城市区域内,另一部分落在城市区域外,最后一种情形是「中分圆」全部落在

城市区域外,因为此种情况对投资者而言,并无商业利益,故不予讨论。当两超市面积相同时,其影响范围之「中分线」可能将城市切割成大小不等之二区块,或者全部落在城市区域以外。图 2 显示上述多种不同情况(不包括中分界线落于城市区域以外的情形)。

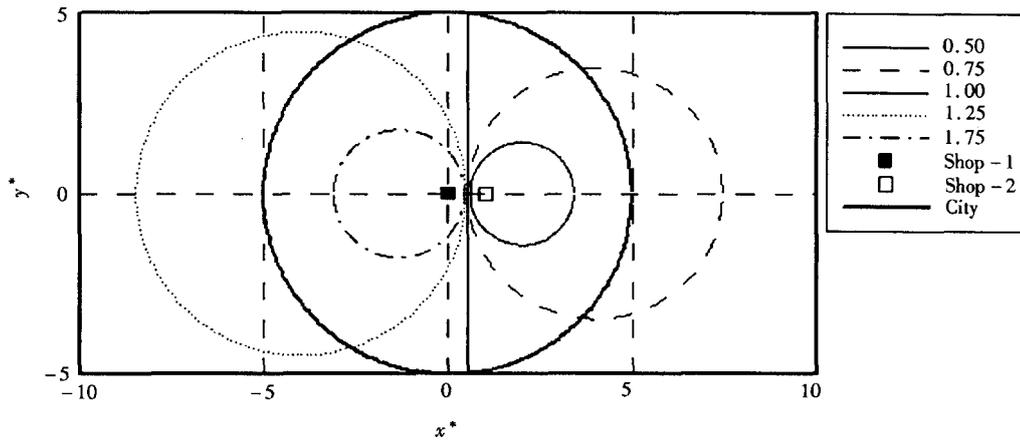


图 2 两超市吸引范围中分界线与城市区域之相对位置

Fig.2 2 supermarkets in the range boundaries and attract the relative position of urban area

2 建立模型与应用

本研究之数学模型^[2]系建立在:购物人次与超市面积成正比且与居民至超市距离之平方成反比。如若将此数学模型修改成如下形式,则可保有较大弹性(亦可视为模型参数的敏感度分析)

$$N = k \frac{A^\beta}{L^\alpha} \quad (9)$$

原模式乃为选取 $\alpha = 2, \beta = 1$ 之特例。两超市吸引范围之中分界线仍为 1 个圆,其方程式为

$$\left(x - \frac{pA_1^{2\gamma}}{A_1^{2\gamma} - A_2^{2\gamma}}\right)^2 + y^2 = \left(\frac{pA_1^{2\gamma}A_2^\gamma}{A_1^{2\gamma} - A_2^{2\gamma}}\right)^2 \quad (10)$$

式中 $\gamma = \beta/\alpha$,其相应之无因次方程式为

$$\left(x^* - \frac{1}{1 - S^{2\gamma}}\right)^2 + y^{*2} = \left(\frac{S^\gamma}{1 - S^{2\gamma}}\right)^2 \quad (11)$$

以第二超市面积较小($S < 1$),且「中分圆」全部落在城市区域内为例,则第二超市所能影响之面积(无因次)为

$$a^* = \pi p^{*2} \left(\frac{S^\gamma}{1 - S^{2\gamma}}\right)^2 \quad (12)$$

其适用范围为

$$p^* \leq \frac{1 - S^{2\gamma}}{1 + S^\gamma} \quad (13)$$

当 $\gamma = 1/2$ ($\alpha = 2, \beta = 1$),则:

$$a^* = \frac{\pi S p^{*2}}{(1 - S)^2} \quad (14)$$

$$p^* \leq 1 - \sqrt{S} \quad (15)$$

图 3 展示不同参数值 γ 对超市影响面积之变化,两超市面积比值固定为 $S = 0.5$ 。图中 $\gamma = 0.5$ 所代表之曲线即为现行采用之数学模型。依据图

形显示,当采用不同参数值时,其结果相差甚大,当然此仅为理论性探讨,并非所有 γ 数值皆合理。若 $\gamma = \beta/\alpha$ 值偏大,则代表居民购物行为受到超市面积影响之程度大于距离远近;若 $\gamma = \beta/\alpha$ 值偏小,则有相反之趋势。

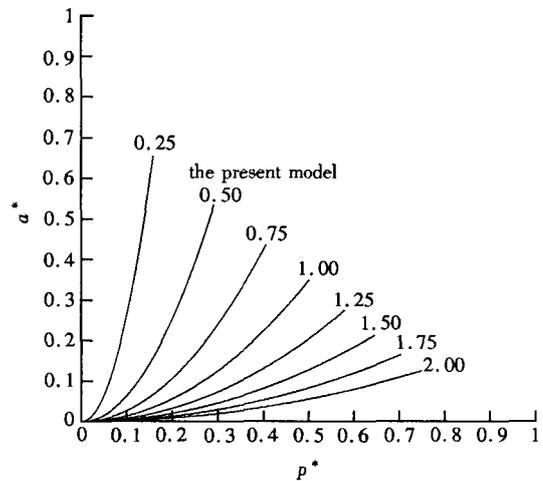


图 3 第二超市具有较小面积($S = 0.5$)且其吸引范围全部落在城市区域内情形下,不同参数值 γ 对超市影响面积之变化趋势

Fig.3 No.2 with smaller area supermarket ($S = 0.5$) and the area attraction in city area all fall situations, different parameters on the supermarket influence the change trend of the area

最后举一范例说明数学模型之应用。假设某城镇面积为 10 km^2 (半径约为 1.784 km),其中心盖有一座占地 $10\,000 \text{ m}^2$ 之购物超市。倘若某业者拟投资兴建另一座面积较小之超市,则依据本

模式推测,为获得最大商业利润,该超市之建议数据如表1所示。

表1 新建超市参考数据
Table 1 New supermarket reference data

新超市面积/m ²	两超市 相隔距离/m	新建超市 影响面积/m ²
1 000	1 297.86	601 521.984
3 000	1 009.74	1 422 647.232
5 000	799.23	2 138 744.832
7 000	592.29	2 877 121.024
9 000	330.04	3 819 187.200

3 结论

透过本研究可精确探讨新建超市如何吸引附近民众购物,由于城市所在范围并非无限延伸,数学分析较为复杂。投资者可由本图查知新兴超市吸引范围之变化趋势,特别是当新建超市面积较原有者为小时,应将第二超市盖予临界位置上。本研究仅为一极简化之数学模型,应配合兴建成本、市街状况及其它相关调查为之。另亦可考虑其它影响因子作用,使分析结果更趋准确,唯必须先找出该等因子与每年(或每季)民众购物消费人次之函数关系。

参考文献:

- [1] 郭沧海,刘松田,郑国顺.微积分[M].台湾:六艺出版社,2004:72-78.
[2] 罗浩源.生活的数学[M].上海:上海远东出版社,2003:15-23.

A Study on Populace Shopping for a New Supermarket

DONG Peng

[Carlisle (Meizhou) Rubber Manufacturing Co., Ltd, Meizhou Guangdong 514759, China]

Abstract: A simple mathematical model is developed in the present study to deal with the impacts of a new supermarket upon the populace. The factors include the distances between the two shops and the ratios of the two shop areas. Rather than those conclusions in the past, the location of the shop in the city is a finite area. The results point out that, when the new shop spans an area larger than or equal to that of the old ones, the distances between the shops should be as small as possible for the new shop to attract city people. If the area of the new shop is smaller than that of the old, critical positions exist for which the new shop has a maximal influence sphere. Furthermore, the new shop with smaller areas must be constructed farther from the old one.

Keywords: shopping; critical position; mathematical model

(责任编辑:张英健)