

基于 MPI 的等离子体反射系数的 $(FD)^2TD$ 并行算法

洪 浩

(南京理工大学 计算机学院, 江苏 南京 210094)

摘要:采用一种新颖的并行 $(FD)^2TD$ 算法计算等离子体平板的反射系数和透射系数。以典型一维等离子体平板算例验证了该算法的准确性和有效性。计算结果表明在精度上和串行方法相同,但是并行能够有效地节约 CPU 时间。

关键词: FDTD; 并行算法; MPI; 等离子体

中图分类号: O451 **文献标识码:** A **文章编号:** 1671-5322(2012)03-0025-04

1966 年 K. S. Yee 首次提出了一种电磁场数值计算的新方法——时域有限差分 (FDTD) 方法^[1]。时域有限差分方法是直接从方程出发对电磁场进行有限差分离散的一种数值方法,几十年来得到了广泛的应用。但是,由于对电大尺寸的电磁仿真的研究,使得 FDTD 算法的实现和优越性受到计算机计算时间和内存大小的限制,究其主要原因是 FDTD 算法要求空间网格的大小应小于波长的十分之一,同时计算时间正比于网格总数。而并行算法能有效地解决单一计算机计算时间和单机内存的局限性,这就使得并行算法成为近些年的研究热点之一^[2-7]。

近年来,出现了大量处理色散介质电磁仿真的 FDTD 算法文献^[8-9],但是很少文献将并行算法用于等离子体的模拟计算。而本文从节省处理色散介质时间出发,从色散介质的频依项出发运用并行 $(FD)^2TD$ 算法^[10-11]讨论等离子体的反射系数。模拟结果验证了该算法的可行性、准确性和高效性,为以后运用 FDTD 方法进行电大尺寸复杂电磁数值模拟提供了一条有效的途径。

1 $(FD)^2TD$ 算法

在各项同性、非磁化等离子体介质中,Maxwell 方程组和相关的联立方程为:

$$\frac{\partial D}{\partial t} = \nabla \times H \quad (1)$$

$$D(\omega) = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r^*(\omega) \cdot E(\omega) \quad (2)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \nabla \times E \quad (3)$$

均匀、非磁化等离子体的复介电常数为:

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_0(\omega) \varepsilon_r^*(\omega) = 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega(j\nu_c - \omega)} \quad (4)$$

式中, D 为电通量密度, E 为电场强度, H 为磁场强度, ε_0, μ_0 分别为真空中的介电常数和磁导率, $\omega_p = 2\pi f_p$, ω_p 为等离子体角频率, ν_c 为等离子体的碰撞频率。

对于一般色散媒质的电容率,可用 Debye 公式统一进行描述^[12]:

$$D(\omega) = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r^*(\omega) \cdot E(\omega) \quad (5)$$

$$\varepsilon_r^*(\omega) = \varepsilon_r + \frac{\sigma}{j\omega\varepsilon_0} + \frac{\chi}{1 + j\omega\tau} \quad (6)$$

将(6)代入(5)中,可得一般色散介质有如下关系式:

$$D(\omega) = \varepsilon_0 \cdot \left(\varepsilon_r + \frac{\sigma}{j\omega\varepsilon_0} + \frac{\chi}{1 + j\omega\tau} \right) E(\omega) \quad (7)$$

ε_r, σ 分别表示色散媒质的相对介电常数和电导率,而色散媒质的频依项由参数 (χ, τ) 共同决定。特别地,当 $\chi = 0$ 时,式(6)表征普通介质材料。

对公式(7)进行 Z 变换得:

$$D(\omega) = \varepsilon_r \cdot E(z) + \frac{\sigma \cdot \Delta t / \varepsilon_0}{1 - z^{-1}} \cdot E(z) +$$

$$\frac{\chi \cdot \Delta t / t_0}{1 - e^{-\nu_c \cdot \Delta t} \cdot z^{-1}} \cdot E(z) \quad (8)$$

$$I(z) = \frac{\sigma \cdot \Delta t / \varepsilon_0}{1 - z^{-1}} \cdot E(z) \quad (9)$$

收稿日期:2012-08-15

作者简介:洪浩(1986-),男,江苏阜宁人,硕士研究生,主要研究方向为电子微波。

万方数据

$$S(z) = \frac{\chi \cdot \Delta t / t_0}{1 - e^{-v_c \cdot \Delta t} \cdot z^{-1}} \cdot E(z) \quad (10)$$

对公式(8)~(10)做如下变换: E^n 代换 $E(z)$, z^{-1} $E(z)$ 用 E^{n-1} 代换, 得电位移 D 与电场强度 E 之间的差分公式:

$$E^n = \frac{D^n / \varepsilon_0 - I^{n-1} - e^{-v_c \cdot \Delta t} S^{n-1}}{\varepsilon_r + \sigma \cdot \Delta t / \varepsilon_0 + \chi \cdot \Delta t / t_0} \quad (11)$$

$$I^n = I^{n-1} + \frac{\sigma \cdot \Delta t}{\varepsilon_0} E^n \quad (12)$$

$$S^n = e^{-\Delta t / t_0} S^{n-1} + \frac{\chi \cdot \Delta t}{t_0} E^n \quad (13)$$

对于本文所要研究的等离子体, $\varepsilon_r = 1$, $\sigma = \varepsilon_0 \omega_p^2 / v_c$, $\chi = -\omega_p^2 / v_c$, $t_0 = \tau = 1 / v_c$ 。将其代入公式(11)~(13)得

$$E^n = \frac{D^n}{\varepsilon_0} - I^{n-1} - e^{-v_c \cdot \Delta t} S^{n-1} \quad (14)$$

$$I^n = I^{n-1} + \frac{\omega_p^2 \Delta t}{v_c} E^n \quad (15)$$

$$S^n = e^{-v_c \cdot \Delta t} S^{n-1} - \frac{\omega_p^2 \Delta t}{v_c} E^n \quad (16)$$

对公式(14)~(16)应用 FDTD 方法变换, 即可完成迭代过程。

2 并行计算与数据通信

MPI 自 1992 年 11 月推出以来, 一直都在不断的改善与完善中。MPICH 除包含 MPI 函数库之外, 还包含了一套程序设计以及运行环境。本次并行研究所使用的是基于 Windows 操作系统 MPICH2-1.0.8 版本, 在实验室局域网环境下, 建立一个基于 Windows XP 系统的并行程序设计及运行环境, 所使用的编程语言为 FORTRAN90。

进行并行算法设计之前, 先对计算空间进行域分割, 以实现各个计算节点 FDTD 运算的完全并行化, 通过消息传递实现分界面的数据通信。如图 1, 使用 6 个网格和 2 个进程说明场值通信的原理^[13-14]。如图, 当计算进程 2 计算 $E_{x,4}$ 时, 需要知道 $H_{z,3.5}$ 的值, 它存储于进程 1; 类似的, 当进程 1 需要计算 $H_{z,3.5}$ 时, 它需要知道存储于进程 2 的 $E_{x,4}$ 值。这表明每一个时间步, 必须传递两个数据信息, 每一个数据均沿着各自的方向。

3 数值结果

下面用本文的并行方法计算等离子体平板的反射系数和透射系数, 验证该方法的有效性与精确性。等离子体平板厚度为 $d = 1.5 \text{ mm}$, 等离子

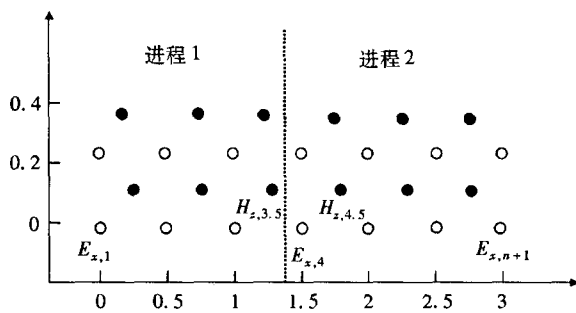


图 1 场值通信原理图

Fig. 1 The theory of one - dimension data communication

体频率 $f_p = 28.7 \text{ GHz}$, 碰撞频率 $v_c = 20 \text{ GHz}$ 。FDTD 的计算空间步长为 $\Delta x = 75 \times 10^{-6} \text{ m}$, 等离子体位于计算空间中间的 200 个网格, 时间步为 15 000 步。入射波采用微分高斯脉冲, 入射波垂直入射到等离子体的表面, 计算结果如图 2、图 3 所示。由图可见, 两个计算结果吻合得很好, 且与文献[15-16]相吻合。此时单机计算时间为 4.047 s, 双机计算时间为 5.080 s, 并行加速比为 0.796 7。由计算时间可以看出此时并行不但没有节约时间, 反而计算时间延长了。分析其原因是由于此时网格数和叠代步数较少, 使得计算量很小, 计算时间很短, 如上所述在每一个时间步都要进行两次进程之间电场和磁场值通信, 导致通信时间和计算时间数量级相近, 进而使得双机并行并不能节省时间。

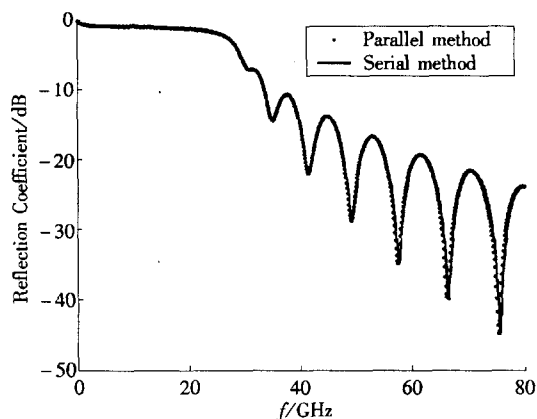


图 2 等离子体平板的反射系数的比较

Fig. 2 Reflection coefficient of the plasma slab

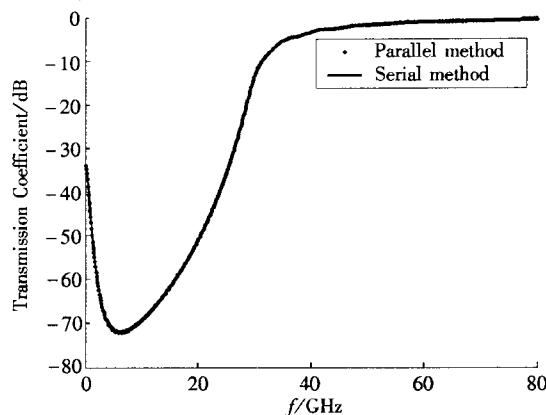


图3 等离子体平板的透射系数的比较

Fig.3 Transmission coefficient of the plasma slabt

当改变问题计算的复杂度和计算时间,即改变等离子体平板的厚度和时间步,相应的单机计算时间、双机计算时间、加速比 S_p 和并行效率 E_p 如表1所示。当总网格数设为8 000,等离子体平板厚度相应扩大为原来的10倍,相应的时间步提高到150 000步,此时双机并行节省时间30.72%。由表1可以看出,网格数越多,叠代时间步越大时,并行加速比越大,并行节约时间越多。这表明在处理电大尺寸电磁问题时,并行方法表现出了很大的优越性,可以有效地缩短计算时间。并且在计算电大尺寸的电磁问题时,并行还可以同时解决单机内存不足的限制。

表1 不同条件下并行加速比、并行效率和节约时间的比较

Table 1 Comparison of parallel (FD)²TD and serial (FD)²TD method in terms of time and parallel efficiency

网格数/时间步	单机计算时间/s	双机并行时间/s	S_p	E_p	节省时间(s)/节省比率
800cells/15 000	4.047	5.080	0.796 7	39.83%	-1.003/-24.78%
800cells/30 000	8.105	10.130	0.800 1	40.00%	-2.025/-24.98%
4000cells/30 000	17.197	14.699	1.170	58.50%	2.498/14.53%
8000cells/150 000	145.943	101.116	1.443	72.17%	44.827/30.72%

4 结论

本文采用了一种计算电磁问题的并行(FD)²TD算法。该算法是在局域网环境下实现一维FDTD并行算法,通过区域分割,各个子区域在边界处与其相邻的子区域进行场值的数据传递,从而实现(FD)²TD并行计算。为了验证该算法的正确性,本文用该方法计算了等离子体平板

的反射系数和透射系数,并与传统的串行(FD)²TD算法比较,结果吻合得很好,验证了该算法的有效性与准确性。当增加计算的网格数和时间步时,双机并行时计算时间缩短了30.72%,当进一步加大计算的复杂度时,两结点节约时间还有可能接近理想值50%,这说明在处理电大尺寸目标时并行算法具有很大的优越性。

参考文献:

[1] Yee K S. Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell equations in isotropic media[J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1966,14(3):302-307.

[2] Volakis J L,Davidson D B, Guiffaut C, Mahdjoubi. A parallel FDTD algorithm using the MPI library[J]. IEEE Antennas and Propagation Magazine, 2001,43(2):94-103.

[3] Chen R S, Ping X W, Wang X P, et al. Parallel realization of algebraic domain decomposition for the vector finite element analysis of 3D time-harmonic EM field problems[J]. International Journal of Numerical Modelling: Electronic Networks, Devices and Fields, 2005,18(6):481-492.

[4] Xule Duan, Hongwei Yang, Han Liu, et al. Auxiliary differential equation FDTD method of plasma in parallel environment [J]. Journal of Infrared, Millimeter and Terahertz Waves, 2009,30(8):860-867.

[5] Xule Duan, Hongwei Yang, Xiangkun Kong, et al. Analysis on the calculation of plasma medium with parallel SO-FDTD method[J]. ETRI Journal, 2009,31(4):387-391.

- [6] 薛正辉,杨仕明,高本庆,等. FDTD 算法的网络并行运算实现[J]. 电子学报,2003,31(12):1839-1843.
- [7] Wenhua Yu, Yongjun Liu, Tao Su, et al. A robust parallel conformal Finite - Difference Time - Domain processing package using the MPI library[J]. IEEE Antennas and Propagation Magazine, 2005,47(3):39-59.
- [8] Volakis J L, Davidason, Guiffaut C, et al. A Parallel FDTD algorithm using the MPI library[J]. IEEE Antennas and Propagation Magazine. 2001,43(2):94-103.
- [9] 刘少斌,莫锦军,袁乃昌. 碰撞等离子体的高阶 FDTD 算法[J]. 电波科学学报,2004,19(1):58-62.
- [10] Qian Z H, Chen R S, Leung K W, et al. FDTD analysis of microstrip patch antenna covered by plasma sheath[J]. Progress in Electromagnetic Research, PIER 2005,52:173-183.
- [11] Raymond Luebbers, Forrest P Hunsberger, Karl S. Kunz, et al. A frequency - dependent Finite - difference time domain formulation for dispersive materials[J]. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, 1990,32(3):222-227.
- [12] Sullivan D M. Electromagnetic simulation using the FDTD method[M]. New York:IEEE Inc,2000.
- [13] 张玉. 电磁场并行计算[M]. 西安:西安电子科技大学出版社,2006:120-121.
- [14] 都志辉. 高性能计算并行编程技术[M]. 北京:清华大学出版社,2001:156-171.
- [15] 杨宏伟,陈如山,张云,等离子体的 SO - FDTD 算法和对电磁波反射系数的计算分析[J]. 物理学报,2006,55(7):3 464-3 469.
- [16] 刘崧,刘少斌. 离子体覆盖目标散射特性的 RKETD - FDTD 分析[J]. 南京航空航天大学学报,2009,41(4):532-535.

The Calculation of Plasma Reflection Coefficient with Parallel $(FD)^2$ TD Method Based on MPI

HONG Hao

(Computer Science College, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing Jiangsu 210094, China)

Abstract: This paper presents a parallel frequency - dependent finite - difference time - domain $((FD)^2TD)$ method for plasma in the dispersive media. Results obtained with parallel and serial algorithms verify that parallel $(FD)^2TD$ has the same precision as the serial $(FD)^2TD$, while the parallel approach could reduce the CPU time efficiently.

Keywords: FDTD; parallel algorithm; the MPI; plasma

(责任编辑:张英健)