

# 装配机械手综合误差分析与误差元素建模研究

倪骁骅<sup>1</sup>, 刘青<sup>1,2</sup>, 程冲<sup>1,2</sup>

(1. 盐城工学院 机械工程学院, 江苏 盐城 224001; 2. 江苏大学 机械工程学院, 江苏 镇江 212013)

**摘要:**以矩阵变换为基础, 分析装配机械手的综合误差, 导出末端误差表达式, 得出末端误差与各关节误差源之间的关系, 采用回归分析方法建立误差元素的模型。实测误差数据建模曲线与软件仿真误差元素模型曲线对比表明, 采用该方法所建模型曲线更接近实际。

**关键词:**装配机械手; 误差分析; 误差元素; 建模; 仿真

**中图分类号:** TH703.5    **文献标识码:** A    **文章编号:** 1671-5322(2013)02-0005-04

机械手运动误差的研究, 包括误差分析和误差综合与补偿, 这对满足高精度的工作要求具有重要意义。误差元素建模是误差分析的关键和重要的技术。机械手误差分析是通过所建立的机械手误差综合模型, 求出机械手末端执行装置在绝对坐标系内总的位置与姿态的误差<sup>[1]</sup>。总的位姿误差是各个独立的误差分量的叠加。因此, 需要建立各个误差元素的数学模型以计算总误差。本文对装配机械手各部位的误差进行分析并综合建模, 用回归分析方法推算误差元素的数学模型。

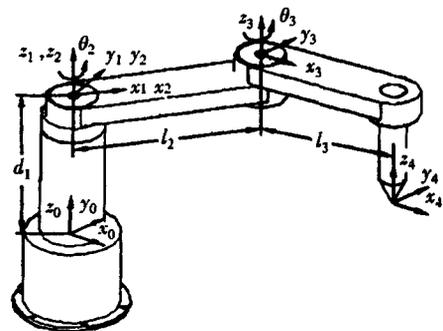


图1 装配机械手 D-H 坐标系

Fig. 1 Assembly manipulator D-H coordinate system

## 1 装配机械手综合误差模型建立

图1是一平面关节型装配机械手, 关节2、3为转动关节, 滚珠丝杠进给系统实现机械臂的升降运动。对于滚珠丝杠进给系统, 由于丝杠的螺距误差, 丝杠与导轨的安装误差, 弹性变形等各种原因的存在, 当滚珠丝杠的螺母沿Z<sub>0</sub>轴运动时, 其运动到任一位置都可能会产生6个自由度的运动误差, 即, 3个位移误差: 名义运动方向z向的直线定位误差δ<sub>z</sub>(z), 沿y轴方向的偏移误差δ<sub>y</sub>(z), 沿x轴方向的偏移误差δ<sub>x</sub>(z); 以及3个转动误差: 绕前进轴线的回转误差ξ<sub>z</sub>(z), 绕y轴的俯仰误差δ<sub>y</sub>(z), 绕x轴的偏摆误差δ<sub>x</sub>(z), 以齐次坐标变换法推导综合误差模型<sup>[2]</sup>。

坐标系 $o_1x_1y_1z_1$ 对应的相对齐次坐标变换矩阵为:

$${}^0T_1^E = {}^0T_1 \times {}^0E_1 = \begin{bmatrix} 1 & -{}^1\xi_z(z) & {}^1\xi_y(z) & {}^1\delta_x(z) \\ {}^1\xi_x(z) & 1 & -{}^1\xi_z(z) & {}^1\delta_y(z) \\ -{}^1\xi_y(z) & {}^1\xi_x(z) & 1 & d_1 + {}^1\delta_z(z) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中,

$${}^0T_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

收稿日期: 2013-05-12

作者简介: 倪骁骅(1966-), 男, 江苏盐城人, 教授, 博士, 主要研究方向为光机电测控技术及智能机械。

$${}^0E_1 = \begin{bmatrix} 1 & -{}^1\xi_x(z) & {}^1\xi_y(z) & {}^1\delta_x(z) \\ {}^1\xi_x(z) & 1 & -{}^1\xi_y(z) & {}^1\delta_y(z) \\ -{}^1\xi_y(z) & {}^1\xi_x(z) & 1 & d_1 + {}^1\delta_z(z) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

与滚珠丝杠进给系统类似,转动副以及末端坐标系也存在 6 项几何误差元素:3 项平移误差  $\delta_x(r), \delta_y(r), \delta_z(r)$ , 3 项转角误差  $\xi_x(r), \xi_y(r), \xi_z(r)$ 。

理想情况下机械手末端相对于惯性坐标系的齐次变换矩阵为  ${}^0T_4 = {}^0T_1 {}^1T_2 {}^2T_3 {}^3T_4$ 。存在误差的情况下,

$${}^0T_4^E = {}^0T_4 * E \tag{2}$$

$$E = ({}^0T_4)^{-1} * {}^0T_4^E = ({}^0T_1 * {}^1T_2 * {}^2T_3 * {}^3T_4)^{-1} * {}^0T_1^E * {}^1T_2^E * {}^2T_3^E * {}^3T_4^E = {}^4T_3 * {}^3T_2 * {}^2T_1 * {}^1T_0 * {}^0T_1^E * {}^1T_2^E * {}^2T_3^E * {}^3T_4^E \tag{3}$$

即为综合误差运动矩阵。基于小误差假设,当位移与角度较小时  $\cos \varepsilon \approx 1, \sin \varepsilon \approx 0$ , 带入并舍弃二阶以上的小量,得到综合误差运动变换矩阵  $E$  的表达式为<sup>[3]</sup>:

$$E = \begin{bmatrix} 1 & -\Delta\theta_x & \Delta\theta_y & \Delta\delta_x \\ \Delta\theta_x & 1 & -\Delta\theta_z & \Delta\delta_y \\ -\Delta\theta_y & \Delta\theta_z & 1 & \Delta\delta_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4}$$

$\Delta\delta_x, \Delta\delta_y, \Delta\delta_z$  为机械手末端相对于固定坐标系的位置误差,  $\Delta\theta_x, \Delta\theta_y, \Delta\theta_z$  为机械手末端的旋转误差。因此,根据(3)式与(4)式对应系数相等,可得到的表达式。它们都是以机械手各个误差源为自变量的函数。

## 2 误差元素建模

根据齐次坐标变换法建立的装配机械手的综合误差模型,需要对各个误差源进行建模并求解才能得到末端执行器的综合位姿误差。现采用回归分析法对误差元素进行建模<sup>[4-5]</sup>。

### 2.1 多元线性回归模型

表现在线性回归模型中的解释变量有多个:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \dots + \beta_k x_{ki} + \mu_i$$

式中: $k$  为解释变量的个数; $J$  为回归参数; $\beta_j$  偏回归系数; $\mu_i$  为随机扰动项。

对于随机抽取的  $n$  组测量值,  $(y_i, x_{ji}), i = 1, 2, \dots, n, j = 0, 1, 2, \dots, k$ , 可得到有限的样本模型:

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_{1i} + \hat{\beta}_2 x_{2i} + \dots + \hat{\beta}_k x_{ki} + e_i \tag{5}$$

$e_i$  称为残差,可看成是  $y_i$  中  $\mu_i$  的近似替代。那么,残差目标函数  $Q = \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$ , 根据最小二乘法原理,  $\hat{\beta}_{0j}$  的值为如下方程组的解:

$$\begin{cases} \frac{\partial Q}{\partial \beta_0} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 X_{1i} - \dots - \hat{\beta}_k X_{ki}) = 0 \\ \frac{\partial Q}{\partial \beta_i} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 X_{1i} - \dots - \hat{\beta}_k X_{ki}) X_{ji} = 0 \end{cases} \tag{6}$$

求解式(6),即可得到  $k+1$  个解释变量的估计值:  $\beta_i, i = 1, 2, 3, \dots, k$ 。

### 2.2 多元线性回归模型检验

#### 2.2.1 F 检验

判断式(5)中,  $x_{ji}$  与  $y_i$  之间在总体上是否具有明显的线性关系。用  $F$  检验。其原假设和对立假设为:  $H_0: \beta_i = 0$

$H_1$ : 至少有一个  $\beta_i \neq 0$

在  $H_0$  成立的情况下,  $\frac{ESS}{\sigma^2} \sim \chi^2(k), \frac{SSE}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-k-1)$ , 且二者相互独立,有:

$$F = \frac{SSR/n}{SSE/(n-k-1)} \sim F(k, n-k-1) \tag{7}$$

式中:  $TSS = \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2$  为总离平方和;  $ESS = \sum_{i=1}^n (Y - \bar{Y})^2$  为回归平方和;  $RSS = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y})^2$  为剩余平方和。

给定显著性水平  $\alpha$ , 查  $F$  分布表得  $F_\alpha(k, n-k-1)$ , 由式(7)求出  $F$  的值, 如果  $F \geq F_\alpha$ , 则选择拒绝  $H_0$ , 反之则接受。

#### 2.2.2 拟合优度检验

$$R^2 = \frac{ESS}{TSS} = 1 - \frac{RSS}{TSS} \tag{8}$$

$R^2$  的值越接近 1, 模型的拟合度越好。

#### 2.2.3 调整的拟合优度检验

由式(8)知, 如果增加  $x_{ji}$  的个数,  $R^2$  的值便会增大, 然而事实是增加  $x_{ji}$  个数而造成的  $R^2$  变大与拟合好坏无关, 因此需对  $R^2$  进行优化。因而, 将  $TSS$  与  $RSS$  分别除以它们的自由度, 可以消除  $x_{ji}$  数目的变化对结果造成的影响<sup>[4]</sup>:

$$\bar{R}^2 = 1 - \frac{RSS/(n-k-1)}{TSS/(n-1)} \tag{9}$$

### 2.3 误差元素建模

机械手的几何误差值随着机械手臂及关节

运动位置的不同而不同,以关节1为例,在坐标系  $O_1x_1y_1z_1$  几何误差  ${}^1\delta_x(z)$  可表示为机械手臂位置  $z$  的一元多项式:

$${}^1\delta_x(z) = a_0 + a_1z + a_2z^2 + \dots + a_mz^m \quad (10)$$

其中  ${}^1\delta_x(z)$  为误差的测量值,  $z$  为坐标值,  $a_i$  为待定系数。

令  $z_1 = z; z_2 = z^2, \dots, z_m = z^m$ , 则式(10)可以表示为  ${}^1\delta_x(z) = a_0 + a_1z + a_2z^2 + \dots + a_mz^m$ , 是一个多元线性回归方程, 所以(10)可以用多元线性回归模型的相关理论来求解。求出几何误差的模型之后, 将机械手臂沿  $z_2$  轴运动的坐标带入, 即可求得机械手臂在这点沿  $X$  轴的偏移误差。

### 2.4 几何误差元素建模实例

多项式的阶数  $m$  一般不会超过5,  $m$  值太大会引起复杂的计算, 浪费时间, 且相邻的拟合点之间会存在明显震荡,  $m$  值太小则会造成拟合效果不好。可以通过比较  $\bar{R}^2$ ,  $SSE$  等参数来确定最优阶数<sup>[5]</sup>。

以机械手的  $o_2x_2y_2z_2$  坐标系原点  $o_2$  为测量点, 每间隔一秒钟进行一次测量, 结合相应的误差分离方法, 减去  $o_1$  点处的误差对  $o_2$  点的影响, 得到  $o_2$  点处沿着  $X$  轴的定位误差随时间变化的曲线, 如图2所示。

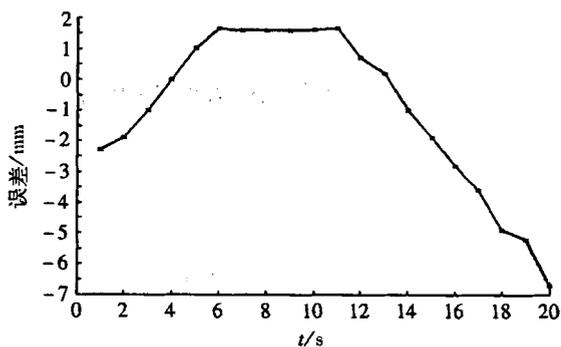


图2 点沿  $x$  轴方向的误差

Fig.2 Error point along the X axis

一般使用的多项式模型阶数不会超过5阶, 由2.4节可知, 阶数  $m$  取不同值时的各项参数如表1所示,  $F_\alpha$  表示取  $\alpha=0.05$  时查  $F$  分布表得到的临界值。

由表1可知, 当  $m=3$  时, 其残差平方和  $SSE$  最小, 而且它也通过了  $F$  检验, 所以采用  $m=3$  时作为其最优阶数, 使用多项式回归建模得:

$$\delta(t) = -2.8154 + 1.0281t - 0.0621t^2 + 0.00002t^3$$

表1 阶数  $m$  不同取值时的模型参数

Table 1 The model parameters for different values of the order of  $m$

	$m=1$	$m=2$	$m=3$	$m=4$	$m=5$
$R^2$	0.6346	0.88	0.9304	0.8404	0.7746
$\bar{R}^2$	0.7254	0.865	0.9173	0.7979	0.6941
$SSE$	56.99	18.6673	10.9118	25.1546	35.3199
$F$	31.5	62.876	72.263	19.614	9.624
$F_\alpha$	4.41	3.59	3.24	3.04	2.96

阶数  $m=3$  时的误差的测量值、拟合值及残差曲线如图3所示。

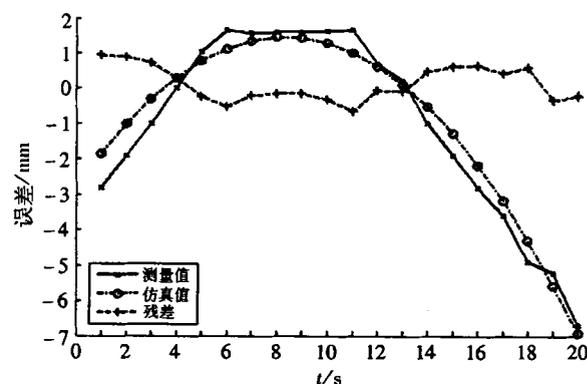


图3 多元回归分析法所得的拟合值与残差

Fig.3 Multiple regression analysis to fit the value and the residual income

由图3可知, 拟合后的残差范围在  $-0.75 \sim 0.5$  mm 内, 具有比较高的精度。此时, 将任意时刻的  $t$  值代入拟合模型, 即可得到该时刻  $O_2$  点处沿  $X$  轴方向的偏移误差。

### 2.5 拟合值与软件仿真的比较

利用有限元软件分析的方法<sup>[6]</sup>, 将机械手臂以及各导轨、滚珠丝杠等元件看作柔性梁, 并在各个关节处添加摩擦力, 得到如图4所示的误差曲线。

通过比较图3、图4的残差曲线可知, 图3中的残差曲线更接近实际测量得到的误差值。究其原因, 由于实际应用中, 机械手臂的材料分布不均匀, 机械手各关节处存在随机误差等各种原因的存在, 造成有限元仿真分析并不能真实反映实际应用中装配机械手末端的误差。

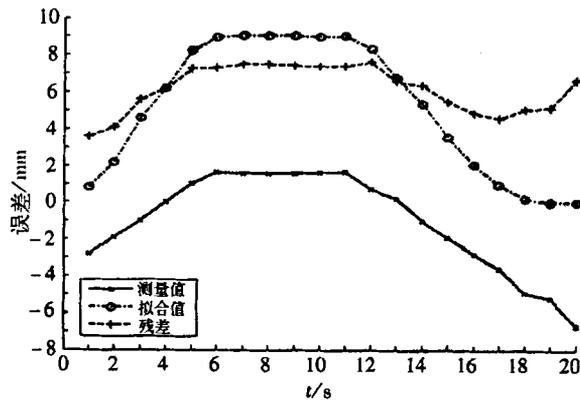


图 4 有限元软件所得的曲线与残差  
 Fig. 4 Curve and residual finite element software income

### 3 结论

结合装配机械手的结构特点,建立了机械手的误差综合模型,并用回归分析法对机械手各个误差源进行建模。用该方法得出的建模曲线与软件仿真得出的各误差源随时间变化的曲线进行比较,证明了该方法的优越性,为以后机械手的误差补偿打下基础。

### 参考文献:

[1] 刁彦飞,刘贺平,罗阿妮,等. SIWR\_型水下机械手的误差分析与综合[J]. 哈尔滨工程大学学报,2003 ,24(2):175 - 178.  
 [2] 孙先锋,阎开印. 滚珠丝杠综合误差对机床定位精度的分析[J]. 机床与液压,2003,35(11):45 - 47.  
 [3] 谢存禧,张铁. 机器人技术及应用[M]. 广州:华南理工大学出版社,2005:21 - 28.  
 [4] 孙荣恒. 应用数理统计[M]. 2版. 北京:科学出版社,2003:210 - 243.  
 [5] 凡志磊,杨建国,李中华. 一种数控机床几何误差多项式模型的阶数选择方法[J]. 机床与液压,2009,37(10):49 - 53.  
 [6] 石博强. ADAMS 基础与工程范例教程[M]. 北京:中国铁道出版社,2007:52 - 67,185 - 217.

## Research on Comprehensive Error Analysis and Error Term Modeling of Assembling Manipulator

NI Xiao-hua<sup>1</sup>, LIU Qing<sup>1,2</sup>, CHENG Chong<sup>1,2</sup>

(1. School of Mechanical Engineering, Yancheng Institute of Technology, Yancheng Jiangsu 224051, China;  
 2. School of Mechanical Engineering, Jiangsu University, Zhenjiang Jiangsu 212013, China)

**Abstract:** Based on matrix transform, comprehensive error of assembling manipulator was analyzed, terminal error formula was derived, and the relationship between terminal error and every error source of each joint was obtained. The model of each of the error sources was established through regression analysis. By experiment, error curve with actual measurement data based on regression analysis is superior to the error curve calculated by the simulation software.

**Keywords:** assembling manipulator; error analysis; error term; model; simulation

(责任编辑:沈建新)