

一类 wishart 矩阵相对特征值的分布问题研究

卫 飏

(南京政治学院 基础部, 江苏 南京 210003)

摘要: 在统计分析中, 特征值的分布问题是重要内容。从 wishart 矩阵的密度函数得到 AB^{-1} 特征值以及在 $r \leq m$ 条件下 AB^{-1} 特征值的密度函数。

关键词: wishart 矩阵; 特征值; 密度函数

中图分类号: O211.4 文献标识码: A 文章编号: 1671-5322(2014)04-0021-04

在多元统计中经常遇到特征值的分布问题, 若 $A \sim W_m(n, \Sigma)$, $n \geq m$, 则 A 的密度函数为

$$f(A) = \frac{1}{2^{mn/2} \Gamma_m(\frac{1}{2}n)} |A|^{-\frac{1}{2}n} \exp\left(-\frac{1}{2} \text{tr}(A)\right)$$

若 $\Sigma = I$, 因为 $\text{tr}(A) = \sum_{i=1}^m \lambda_i$, $|A| = \prod_{i=1}^m \lambda_i$, 其中 $\lambda_i (i=1, \dots, m)$ 是 A 的特征值, 则

A 的密度函数就成了 A 的特征值的函数, 其次, 在主成分分析、典型相关分析和不变检验中都要遇到求 AB^{-1} 的特征值分布问题, 因此特征值的分布问题是多元分布理论中的重要内容。

1 AB^{-1} 的特征值分布

引理 1^[1] 设 $\tilde{A} \sim W_m(r, I, \tilde{\Omega})$, $\tilde{B} \sim W_m(n-p, I)$, 且 $\tilde{A}$ 与 $\tilde{B}$ 独立, 这里 $r \geq m$, $n-p \geq m$, 则矩阵 $\tilde{F} = \tilde{A}^{-1} \tilde{B}^{-1} \tilde{A}$ 的密度为

$$\exp\left(-\frac{1}{2} \text{tr}(\tilde{\Omega})\right) F_1\left[\frac{1}{2}(n+r-p); \frac{1}{2}r; \frac{1}{2}\tilde{\Omega}\tilde{F}(I+\tilde{F})^{-1}\right] \times$$

$$\frac{\Gamma_m[\frac{1}{2}(n+r-p)]}{\Gamma_m(\frac{1}{2}r)\Gamma_m[\frac{1}{2}(n-p)]} \frac{(\det \tilde{F})^{(r-m-1)/2}}{\det(I+\tilde{F})^{(n+r-p)/2}} \tilde{F} > 0$$

引理 2^[1] 设 A 是一个 $m \times m$ 随机正定矩阵, 其密度为 $f(A)$, 则 A 的特征值 $l_1, \dots, l_m$ 的联合密度为

$$\frac{\pi^{m^2/2}}{\Gamma_m(\frac{1}{2}m)} \prod_{i < j} (l_i - l_j) \int_{O(m)} f(HLH') (dH),$$

$$l_1 > \dots > l_m > 0$$

其中 $H \in O(m)$, 满足 $A = HLH'$, 而 $L = \text{diag}(l_1, \dots, l_m)$, 且 L 与 H 独立。

引理 3^[1] 设 X 是一个 $m \times m$ 正定矩阵, Y 是一个 $m \times m$ 对称矩阵, 则

$$\int_{O(m)} F_q(a_1, \dots, a_p; b_1, \dots, b_q; XHYH') (dH) = {}_pF_q^{(m)}(a_1, \dots, a_p; b_1, \dots, b_q; X, Y)$$

其中 (dH) 表示 $O(m)$ 上的标准化不变测度。

定理 1 设 $A \sim W_m(r, \Sigma, \Omega)$, $\Omega = \Sigma^{-1} M_1' M_1$, $B \sim W_m(n-p, \Sigma)$, 这里 $r \geq m$, $n-p \geq m$, 且 A 与 B 独立, 则 AB^{-1} 的特征值 $f_1, \dots, f_m$ 的联合密度为

$$\exp\left(-\frac{1}{2} \text{tr}(\Omega)\right) F_1\left[\frac{1}{2}(n+r-p); \frac{1}{2}r; \frac{1}{2}\Omega, F(I+F)^{-1}\right] \times$$

$$\frac{\Gamma_m[\frac{1}{2}(n+r-p)] \pi^{m^2/2}}{\Gamma_m(\frac{1}{2}r)\Gamma_m[\frac{1}{2}(n-p)]\Gamma_m(\frac{1}{2}m)} \prod_{i=1}^m \frac{f_i^{(r-m-1)/2}}{(1+f_i)^{(n+r-p)/2}} \times$$

$$\prod_{i < j}^m (f_i - f_j),$$

$$f_1 > f_2 > \dots > f_m > 0$$

证明: 因为 $A \sim W_m(r, \Sigma, \Omega)$, $B \sim W_m(n-p, \Sigma)$, 则有 $\tilde{A} = \Sigma^{-\frac{1}{2}} A \Sigma^{-\frac{1}{2}} \sim W_m(r, I, \tilde{\Omega})$, $\tilde{B} = \Sigma^{-\frac{1}{2}} B \Sigma^{-\frac{1}{2}} \sim W_m(n-p, I)$, 其中 $\tilde{\Omega} = M^*{}' M^* = \Sigma^{-\frac{1}{2}} M_1' M_1 \Sigma^{-\frac{1}{2}}$ 。

$f_1, \dots, f_m$ 是矩阵 $\tilde{A}\tilde{B}^{-1}$ 的特征值, 等价的是 $\tilde{F}$

收稿日期: 2014-07-10

作者简介: 卫飏 (1977-), 男, 江苏无锡人, 讲师, 硕士, 主要研究方向为概率统计。

$= \tilde{A}^{\frac{1}{2}} \tilde{B}^{-1} \tilde{A}^{\frac{1}{2}}$ 的特征值。

在引理 1 中作变换 $\tilde{F} = HFH'$, 其中 $F = \text{diag}(f_1, \dots, f_m)$, $H \in O(m)$

再由引理 2 得 $\tilde{F}$ 的特征值 $f_1, \dots, f_m$ 的联合密度为

$$\begin{aligned} & \frac{\pi^{m^2/2}}{\Gamma_m(\frac{1}{2}m)} \prod_{i < j}^m (f_i - f_j) \int_{O(m)} f(HFH') (dH) = \\ & \frac{\pi^{m^2/2}}{\Gamma_m(\frac{1}{2}m)} \prod_{i < j}^m (f_i - f_j) \text{etr}(-\frac{1}{2} \tilde{\Omega}) \frac{\Gamma_m[\frac{1}{2}(n+r-p)]}{\Gamma_m(\frac{1}{2}r) \Gamma_m[\frac{1}{2}(n-p)]} \times \\ & \int_{O(m)} F_1[\frac{1}{2}(n+r-p); \frac{1}{2}r; \frac{1}{2} \Omega(HFH')(I + \\ & HFH')^{-1}] \frac{\det(HFH')^{\frac{r-m-1}{2}}}{\det(I + HFH')^{\frac{n+r-p}{2}}} d(H) \quad (1) \end{aligned}$$

因为 $\tilde{F} = HFH'$, 其中 $F = \text{diag}(f_1, \dots, f_m)$, $H \in O(m)$ 。所以有

$$\begin{aligned} \det(HFH') &= \prod_{i=1}^m f_i, \\ \det(I + HFH') &= \prod_{i=1}^m (1 + f_i), \\ (HFH')(I + HFH')^{-1} &= \\ (HFH')(HH' + HFH')^{-1} &= \\ (HFH')[H(I + F)H']^{-1} &= \\ HFH'H(I + F)^{-1}H' &= HF(I + F)^{-1}H' \end{aligned}$$

由引理 3

$$\begin{aligned} & \int_{O(m)} F_1(\frac{1}{2}(n+r-p); \frac{1}{2}r; \frac{1}{2} \tilde{\Omega}(HFH')(I + \\ & HFH')^{-1}) d(H) = \int_{O(m)} F_1[\frac{1}{2}(n + \\ & r - p); \frac{1}{2}r; \frac{1}{2} \tilde{\Omega}HF(I + F)^{-1}H'] d(H) = \\ & {}_1F_1^{(m)}[\frac{1}{2}(n+r-p); \frac{1}{2}r; \frac{1}{2} \Omega, F(I + F)^{-1}] \quad (2) \end{aligned}$$

这里应注意 $\Omega = \Sigma^{-1} M' M_1$ 的特征值与 $\tilde{\Omega}$ 的特征值相同。

综上由(1)和(2)即得 AB^{-1} 的特征值 $f_1, \dots, f_m$ 的联合密度。

注:若 $M_1 = 0$, 则 $\Omega = 0$, 此时 AB^{-1} 的特征值 $f_1, \dots, f_m$ 的联合密度为

$$\frac{\pi^{m^2/2} \Gamma_m[\frac{1}{2}(n+r-p)]}{\Gamma_m(\frac{1}{2}r) \Gamma_m[\frac{1}{2}(n-p)] \Gamma_m(\frac{1}{2}m)} \prod_{i=1}^m \frac{f_i^{(r-m-1)/2}}{(1+f_i)^{(n+r-p)/2}} \times$$

$$\prod_{i < j}^m (f_i - f_j),$$

$$f_1 > f_2 > \dots > f_m > 0$$

2 $r \leq m$ 条件下 AB^{-1} 的特征值的密度函数

下面考虑定理 1 中条件为 $r \leq m$ 的情况, 此时, $rk(Y_1^* B^{-1} Y_1'^*) = r$, 而 $f_1, f_2, \dots, f_r (f_1 \geq \dots \geq f_r > 0)$ 是矩阵 $Y_1^* B^{-1} Y_1'^*$ 的特征值, 或等价的是 AB^{-1} 的非零特征值, 这里 $A = Y_1'^* Y_1^*$ 仍服从非中心 Wishart 分布, 但此时它不存在密度函数。 $f_1, \dots, f_m$ 的分布由下面定理给出。

引理 4^[2] 设 $A \sim W_m(n, \Sigma)$, $n > m - 1$, M 是 $k \times m$ 阶矩阵, $rk(M) = k$, 则

$$(MA^{-1}M')^{-1} \sim W_k[n - m + k, (M \Sigma^{-1} M')^{-1}]$$

引理 5^[1] 设随机矩阵 $Z = Z_{n \times m}$, $rk(Z) = m$, 分解为 $Z = H_1 T$, 其中 H_1 为 $n \times m$ 阵, 满足 $H_1' H_1 = I_m$, $T \in UT(m)$, 其对角元素为正, 令 H_2 为 $n \times (n - m)$ 阵(它是 H_1 的函数), 使得 $H = (H_1 : H_2)$ 为 $n \times n$ 的正交阵, 记 $H = (h_1, \dots, h_m, h_{m+1}, \dots, h_n)$, 其中 $h_1, \dots, h_m$ 为 H_1 的列, $h_{m+1}, \dots, h_n$ 为 H_2 的列, 令 $A = Z' Z$, 则

$$(dZ) = 2^{-m} (\det A)^{(n-m-1)/2} (dA) (H_1' dH_1)$$

引理 6^[1] 设 Z 是一个 $m \times m$ 复对称矩阵, $\text{Re}(Z) > 0$, Y 是一个 $m \times m$ 对称矩阵, 则

$$\begin{aligned} & \int_{X>0} \text{etr}(-XZ) (\det X)^{\alpha-(m+1)/2} F_q(a_1, \dots, a_p; b_1, \dots, b_q; X) (dX) = \\ & \Gamma_m(\alpha) (\det Z)^{-\alpha}_{p+1} F_q(a_1, \dots, a_p, \alpha; b_1, \dots, b_q; Z^{-1}) \end{aligned}$$

且有

$$\begin{aligned} & \int_{X>0} \text{etr}(-XZ) (\det X)^{\alpha-(m+1)/2} F_q^{(m)}(a_1, \dots, a_p, \phi_1, \dots, \phi_q; X, Y) (dX) = \\ & \Gamma_m(\alpha) (\det Z)^{-\alpha}_{p+1} F_q^{(m)}(a_1, \dots, a_p, \alpha; b_1, \dots, b_q; Z^{-1}, Y) \end{aligned}$$

其中 $p < q$, $\text{Re}(\alpha) > \frac{1}{2}(m-1)$ 或 $p = q$, $\text{Re}(\alpha) >$

$\frac{1}{2}(m-1)$, 且 $\|Z^{-1}\| < 1$ ($\|Y\| \leq 1$)

定理 2 设 $B \sim W_m(n-p, \Sigma)$, $A = Y_1'^* Y_1^*$, 这里 $Y_1^* \sim N_{r \times m}(M_1, I_r \otimes \Sigma)$, 且 Y_1^* 是 $r \times m$ 的与 B 独立的随机矩阵, 其中 $n-p \geq m \geq r$, 则 $\tilde{F} = Y_1^* B^{-1} Y_1'^*$ 的密度为

$$\begin{aligned} & \text{etr}(-\frac{1}{2} \tilde{\Omega}) {}_1F_1(\frac{1}{2}(n + \\ & r - p); \frac{1}{2}m; \frac{1}{2} \tilde{\Omega} \tilde{F} (I + \tilde{F})^{-1}) \times \end{aligned}$$

$$\frac{\Gamma_r\left[\frac{1}{2}(n+r-p)\right]}{\Gamma_r\left(\frac{1}{2}m\right)\Gamma_r\left[\frac{1}{2}(n+r-p-m)\right]} \frac{|\hat{F}|^{(m-r-1)/2}}{|I+\hat{F}|^{(n+r-p)/2}}$$

$$\hat{F} > 0$$

其中 $\tilde{\Omega} = M_1 \Sigma^{-1} M_1'$

证明: 记 $U = Y_1^* \Sigma^{-\frac{1}{2}}, U \sim N_{r \times m}(M^*, I_r \otimes I_m), M^* = M_1 \Sigma^{-\frac{1}{2}}, \tilde{B} = \Sigma^{-\frac{1}{2}} B \Sigma^{-\frac{1}{2}}, \tilde{B} \sim W_m(n-p, I_m)$, 所以 $\tilde{F} = Y_1^* B^{-1} Y_1^{*'} = U \tilde{B}^{-1} U'$

$$\text{记 } U' = H_1 T = (H_1, H_2) \begin{pmatrix} T \\ 0 \end{pmatrix} = H \begin{pmatrix} T \\ 0 \end{pmatrix},$$

其中 H_1 是 $m \times r$ 阶列正交矩阵 ($H_1' H_1 = I_r$), T 是 $r \times r$ 的上三角矩阵. H_2 是一个 $m \times (m-r)$ 矩阵. 它使 H 成为 $m \times m$ 正交矩阵, 即 $H \in O(m)$. 于是有

$$\tilde{F} = (T' \ 0) H' \tilde{B}^{-1} H \begin{pmatrix} T \\ 0 \end{pmatrix} =$$

$$(T' \ 0) (H' \tilde{B} H)^{-1} \begin{pmatrix} T \\ 0 \end{pmatrix} = T' \tilde{B}^{-1} T$$

其中 $\tilde{B}^{-1}$ 是一个 $r \times r$ 矩阵, 它由 $(H' \tilde{B} H)^{-1}$ 的前 r 行和前 r 列元素组成. 给定 $U, \tilde{F}$ 条件分布为

$W_m(n-p, I_m)$, 与条件 U 分布无关, 故 $H' \tilde{B} H \sim W_m(n-p, I_m)$

由引理 4 有 $\tilde{B} \sim W_r(n-p-m+r, I_r)$, 且 U 与 $\tilde{B}$ 相互独立.

U 和 $\tilde{B}$ 的联合密度为

$$(2\pi)^{-mr/2} \text{etr}\left[-\frac{1}{2}(U-M^*)(U-M^*)'\right] \frac{2^{r(n+p-m)/2}}{\Gamma_r\left[\frac{1}{2}(n+r-p-m)\right]} \times$$

$$\text{etr}\left(-\frac{1}{2}\tilde{B}\right) (\det \tilde{B})^{(n-p-m-1)/2} (dU)(d\tilde{B})$$

由于 $U' = H_1 T$, 其中 $H_1 \in V_{m,r}$, 这里 $V_{m,r}$ 表示所有 $m \times r$ 列正交矩阵组成的 Stiefel 流形, 根据引理 5 我们有

$$(dU) = 2^{-r} \det(T'T)^{(m-r-1)/2} [d(T'T)] (H_1' dH_1)$$

$$\text{又因为 } UU' = T'H_1' H_1 T = T'T$$

所以

$$\text{etr}\left[-\frac{1}{2}(U-M^*)'(U-M^*)\right] =$$

$$\text{etr}\left[-\frac{1}{2}(U'U + M^* M^{*'} - 2U' M^*)\right] =$$

$$\text{etr}\left(-\frac{1}{2}T'T\right) \text{etr}\left(-\frac{1}{2}M^* M^{*'}\right) \text{etr}(H_1' T M^*)$$

于是上述联合密度变为

$$\frac{(2\pi)^{-mr/2} 2^{-r(n+p-m)/2}}{\Gamma_r\left[\frac{1}{2}(n+r-p-m)\right]} \text{etr}\left(-\frac{1}{2}T'T\right) \text{etr}\left(-\frac{1}{2}M^* M^{*'}\right) \times$$

$$\text{etr}(H_1' T M^*) \text{etr}\left(-\frac{1}{2}\tilde{B}\right) (\det \tilde{B})^{(n-p-m-1)/2} \times$$

$$\det(T'T)^{(m-r-1)/2} [d(T'T)] (H_1' dH_1) (d\tilde{B})$$

现在对上式关于 $H_1 \in V_{m,r}$ 积分

$$\int_{H_1 \in V_{m,r}} \text{etr}(H_1' T M^*) (H_1' dH_1) =$$

$$\frac{\Gamma_{m-r}\left[\frac{1}{2}(m-r)\right]}{2^{m-r} \pi^{(m-r)^2/2}} \int_{H_1 \in V_{m,r}} \int_{K \in O_{m-r}} \text{etr}(H_1' T M^*) \times$$

$$(K' dK) (H_1' dH_1) =$$

$$\frac{\Gamma_{m-r}\left[\frac{1}{2}(m-r)\right]}{2^{m-r} \pi^{(m-r)^2/2}} \int_{H \in O(m)} \text{etr}(H_1' T M^*) (H_1' dH) =$$

$$\frac{\Gamma_{m-r}\left[\frac{1}{2}(m-r)\right]}{2^{m-r} \pi^{(m-r)^2/2}} \frac{2^m \pi^{m^2/2}}{\Gamma_m\left(\frac{1}{2}m\right)} \int_{H \in O(m)} \text{etr}(H_1' T M^*) (dH) =$$

$$\frac{2^r \pi^{mr/2}}{\Gamma_r\left(\frac{1}{2}m\right)} \int_{O(m)} \text{etr}(H_1' T M^*) (dH) =$$

$$\frac{2^r \pi^{mr/2}}{\Gamma_r\left(\frac{1}{2}m\right)} {}_0F_1\left(\frac{1}{2}m; \frac{1}{4}M^* M^{*'} T'T\right)$$

由此得 $T'T$ 与 $\tilde{B}$ 的联合密度为

$$\frac{2^{r(n+p-p)/2}}{\Gamma_r\left[\frac{1}{2}(n+r-p-m)\right] \Gamma_r\left(\frac{1}{2}m\right)} \text{etr}\left(-\frac{1}{2}T'T\right) \det(T'T)^{(m-r-1)/2} \times$$

$${}_0F_1\left(\frac{1}{2}m; \frac{1}{4}M^* M^{*'} T'T\right) \text{etr}\left(-\frac{1}{2}M^* M^{*'}\right) \text{etr}\left(-\frac{1}{2}\tilde{B}\right) \times$$

$$(\det \tilde{B})^{(n-p-m-1)/2} [d(T'T)] (d\tilde{B})$$

设 $\tilde{F} = T' \tilde{B}^{-1} T, G = T'T$, 该变换的雅可比为

$$[d(T'T)] (d\tilde{B}) =$$

$$(\det G)^{(r+1)/2} (\det \tilde{F})^{-(r+1)} (dF)(dG)$$

因此 $\tilde{F}$ 和 G 的联合密度为

$$\frac{2^{-r(n+p-p)/2}}{\Gamma_r\left[\frac{1}{2}(n+r-p-m)\right] \Gamma_r\left(\frac{1}{2}m\right)} \text{etr}\left[-\frac{1}{2}(I + \tilde{F}^{-1})G\right] \times$$

$$(\det G)^{(n-p-1)/2} {}_0F_1\left(\frac{1}{2}m; \frac{1}{4}M^* M^{*'} G\right) \times$$

$$\text{etr}\left(-\frac{1}{2}M^*M^{*'}\right)(\det\tilde{F})^{-(n-p+2r-m+1)/2}(\text{d}\tilde{F})(\text{d}G)$$

对该密度函数中关于 G 的因子积分

$$\int_{G>0} \text{etr}\left[-\frac{1}{2}(I+\tilde{F}^{-1})G\right](\det G)^{(n+r-p-r-1)/2} \times {}_0F_1\left(\frac{1}{2}m; \frac{1}{4}M^*M^{*'}G\right)(\text{d}G) \quad (3)$$

对比引理 6, 令 $\tilde{X} = \frac{1}{4}M^*M^{*'}G, J(\tilde{X} \rightarrow G) =$

$$2^{r(r+1)}|M^*M^{*'}|^{-\frac{r+1}{2}}$$

$$\tilde{\alpha} = \frac{n+r-p}{2}, \tilde{m} = r$$

因为

$$-\tilde{X}\tilde{Z} = -\frac{1}{2}(I+\tilde{F}^{-1})G = -\frac{1}{4}M^*M^{*'}G\tilde{Z}$$

$$\tilde{Z} = 2G^{-1}(M^*M^{*'})^{-1}(I+\tilde{F}^{-1})G =$$

$$2G^{-1}(M^*M^{*'})^{-1}(I+\tilde{F})\tilde{F}^{-1}G$$

$$(\det G)^{(n-p-1)/2} = \{\det[4(M^*M^{*'})^{-1}\tilde{X}]\}^{(n-p-1)/2} =$$

$$4^{r(n-p-1)/2}|M^*M^{*'}|^{-(n-p-1)/2}(\det\tilde{X})^{(n-p-1)/2}$$

由引理 6, (3) 式中有关因子的积分为

$$\int_{\tilde{X}>0} \text{etr}(-\tilde{X}\tilde{Z})(\det\tilde{X})_0^{\tilde{\alpha}-(\tilde{m}+1)/2}F_1\left(\frac{1}{2}m; \tilde{X}\right)(\text{d}\tilde{X}) \times$$

$$4^{r(n-p-1)/2}|M^*M^{*'}|^{-(n-p-1)/2}2^{r(r+1)}|M^*M^{*'}|^{-\frac{r+1}{2}} =$$

$$2^{r(n+p)/2}\Gamma_r\left(\frac{n+r-p}{2}\right)|I+\tilde{F}|^{-(n+p)/2}|\tilde{F}|^{(n+p)/2}|M^*M^{*'}|^{(n+p)/2} \times$$

$${}_1F_1\left[\frac{1}{2}(n+r-p); \frac{1}{2}m; \frac{1}{2}G^{-1}\tilde{F}(I+\tilde{F})^{-1}M^*M^{*'}G\right] \times$$

$$4^{r(n-p-1)/2}|M^*M^{*'}|^{-(n-p-1)/2}2^{r(r+1)}|M^*M^{*'}|^{-\frac{r+1}{2}} =$$

$$2^{\frac{r(n+p)}{2}}\Gamma_r\left(\frac{n+r-p}{2}\right)|I+\tilde{F}|^{-(n+p)/2}|\tilde{F}|^{(n+p)/2} \times$$

$${}_1F_1\left[\frac{1}{2}(n+r-p); \frac{1}{2}m; \frac{1}{2}\tilde{F}(I+\tilde{F})^{-1}M^*M^{*'}\right]$$

由(9)和(11)即得 $\tilde{F}$ 的密度函数为

$$\text{etr}\left(-\frac{1}{2}\tilde{\Omega}\right){}_1F_1\left[\frac{1}{2}(n+r-p); \frac{1}{2}m; \frac{1}{2}\tilde{\Omega}\tilde{F}(I+\tilde{F})^{-1}\right] \times$$

$$\frac{\Gamma_r\left[\frac{1}{2}(n+r-p)\right]}{\Gamma_r\left(\frac{1}{2}m\right)\Gamma_r\left[\frac{1}{2}(n+r-p-m)\right]} \frac{|\tilde{F}|^{(m-r-1)/2}}{|I+\tilde{F}|^{(n+r-p)/2}}$$

参考文献:

[1] 刘金山. Wishart 分布引论[M]. 北京: 科学出版社, 2005.

[2] 朱道元, 吴诚鸥, 秦伟良. 多元统计分析与软件 SAS[M]. 南京: 东南大学出版社, 1999.

Study on the Distribution Problem of a Class of Wishart Matrix Eigenvalue

WEI Biao

(Department of Mathematics, Southeast University, Nanjing Jiangsu 210003, China)

Abstract: In the statistical analysis, the distribution of eigenvalue problem is an important content of the characteristics of the density function obtained from the density function of the Wishart matrix and eigenvalue in the conditions of value.

Keywords: wishart matrix; characteristic value; density function

(责任编辑: 张英健)

一类wishart矩阵相对特征值的分布问题研究

作者: [卫飏, WEI Biao](#)
作者单位: [南京政治学院基础部, 江苏南京, 210003](#)
刊名: [盐城工学院学报 \(自然科学版\)](#)
英文刊名: [Journal of Yancheng Institute of Technology \(Natural Science Edition\)](#)
年, 卷(期): 2014, 27 (4)

引用本文格式: [卫飏, WEI Biao](#) 一类wishart矩阵相对特征值的分布问题研究[期刊论文]-[盐城工学院学报 \(自然科学版\)](#) 2014 (4)