第 30 卷 第 4 期 盐城工学院学报(自然科学版) Vol. 30 No. 4
2017 年 12 月 Journal of Yancheng Institute of Technology(Natural Science Edition) Dec. 2017

doi:10.16018/j.cnki.cn32-1650/n.201704015

复合 Mlinex 对称损失下 k 阶 Erlang 分布参数的 Bayes 估计

季海波

(宿迁学院 文理学院,江苏 宿迁 223800)

摘要:在 Mlinex 损失函数基础上定义了复合 Mlinex 对称损失函数;在复合 Mlinex 对称损失函数下,利用 Bayes 估计的方法研究了 k 阶 Erlang 分布参数的 Bayes 估计、E-Bayes 估计及多层 Bayes 估计,并证明了其容许性;最后通过 MATLAB 模拟检验了参数的 3 种 Bayes 估计的合理性和优良性。

关键词:k 阶 Erlang 分布;复合 Mlinex 损失函数;Bayes 估计;可容许性

中图分类号:O212.62 **文献标识码**:A **文章编号**:1671-5322(2017)04-0072-05

1 预备知识

k 阶 Erlang 分布是一种 Phase-Type 分布,对应随机变量是由 k 个独立同参数构成的指数分布随机变量的和,是亚指数分布的一个特例,而指数分布是 k 阶 Erlang 分布的特例。相对于指数分布,k 阶 Erlang 分布能够更好地对现实数据进行拟合,故在保险金融领域经常作为索赔分布来使用,在排队论中也应用广泛。

在统计决策中,参数估计的优劣在很大程度上取决损失函数的选择。文献[1-3]研究了熵损失函数、Linex 损失函数、复合 Linex 损失函数下相关分布的参数 Bayes 估计。自 2004 年 Podder 等[4]提出 Mlinex 损失函数以来,不少学者研究了 Mlinex 损失函数下不同分布的参数 Bayes 估计[5-6]。文献[7]给出了复合 Mlinex 对称损失函数下对数伽玛分布的参数 Bayes 估计,而 k 阶 Erlang 分布在复合 Mlinex 损失函数下的参数 Bayes 估计还没有相关研究成果。

文献[4]给出了 Mlinex 损失函数,表达式如下:

$$L_c(\theta,\delta)=\omega\left[\left(\frac{\delta}{\theta}\right)^c-c\ln\frac{\delta}{\theta}-1\right],\quad(\omega>0,c\neq 0)\tag{1}$$

式中:δ 为参数 θ 的一个估计,是一类非对称损失函数。

由(1)式,文献[7]给出了复合 Mlinex 损失函数,表达式如下:

$$L(\theta,\delta)=L_c(\theta,\delta)+L_{-c}(\theta,\delta)=\omega\left[\left(\frac{\delta}{\theta}\right)^c+\left(\frac{\delta}{\theta}\right)^{-c}-2\right],\quad(\omega>0,c\neq 0)\tag{2}$$

定义 1[8] 若 $X_1,X_2,\cdots,X_k$ 是一列独立的随机变量,且都服从参数为 λ 的指数分布,则随机变量 $T=X_1+X_2+\cdots+X_k$ 具有概率密度

$$f(t;\lambda)=\frac{\lambda k(\lambda kt)^{k-1}}{(k-1)!}e^{-\lambda kt}I_{(0,\infty)}(t)$$

称 T 服从参数为 λ 的 k 阶 Erlang 分布。

为了简便起见,令 $\theta=k\lambda$,则 k 阶 Erlang 分布的密度函数简化为

$$f(t;\theta)=\frac{1}{(k-1)!}\theta^k t^{k-1}e^{\theta t}I_{(0,\infty)}(t)\tag{3}$$

从分布(3)中抽取容量为 n 的简单样本 $T_1,T_2,\cdots,T_n$,记 $T=(T_1,T_2,\cdots,T_n)$,$t=(t_1,t_2,\cdots,t_n)$令为 T 的观测值,则样本 t 的似然函数为

$$L(t\mid\theta)=\prod_{i=1}^{n}f(t;\theta)=\frac{\theta^{kn}(\prod_{i=1}^{n}t_i)^{k-1}}{[(k-1)!]^n}e^{-\theta\sum_{i=1}^{n}t_i}\tag{4}$$

本文主要讨论复合 Mlinex 损失函数(2)中 $c>$

收稿日期:2017-09-04

基金项目:江苏省宿迁市社科类研究项目(17SSY-61)

作者简介:季海波(1981—),男,江苏南通人,讲师,硕士,主要研究方向为概率统计。

0 的情形下,k 阶 Erlang 分布参数的 Bayes 估计、E－Bayes 估计、多层 Bayes 估计,并且给出数值模拟,$c<0$ 的情况可以通过类似的方法进行讨论。

2　k 阶 Erlang 分布参数 θ 的3种 Bayes 估计

2.1　参数的 Bayes 估计

引理1　在复合 Mlinex 损失函数(2)和模型(3)下,若在判别空间存在参数 θ 的一个估计 δ,其 Bayes 风险 $r(\delta)<+\infty$,则对任何先验分布 $\pi(\theta)$,θ 的唯一 Bayes 估计的一般形式为:

$$\hat{\delta}_B=\left[\frac{E(\theta^{c}\mid T)}{E(\theta^{-c}\mid T)}\right]^{1/(2c)} \tag{5}$$

选取 $\Gamma(\alpha,\beta)$ 为分布(3)的参数 θ 的先验分布,则其密度函数为

$$\pi(\theta;\alpha,\beta)=\frac{\beta^{\alpha}}{\Gamma(\alpha)}\theta^{\alpha-1)}\mathrm{e}^{-\beta\theta},\alpha,\beta,\theta>0 \tag{6}$$

引理2　设 $T=(T_1,T_2,\cdots,T_n)$ 是来自模型(3)的一个简单随机样本,$t=(t_1,t_2,\cdots,t_n)$ 为其观测值,$A=\sum_{i=1}^{n}t_i$,(6)式为参数 θ 的先验密度,则 θ 的后验分布为 $\Gamma(kn+\alpha,A+\beta)$。

证　参数 θ 的后验密度函数为

$$h(\theta\mid t)=\frac{L(t\mid \theta\pi(\theta;\alpha,\beta)}{\int_0^{\infty}L(t\mid \theta\pi(\theta;\alpha,\beta)\mathrm{d}\theta}=$$

$$\frac{\theta^{kn+\alpha-1}\mathrm{e}^{-(\sum_{i=1}^{n}t_i+\beta}\theta}{\int_0^{\infty}\theta^{kn+\alpha-1}\mathrm{e}^{-(\sum_{i=1}^{n}t_i+\beta)\theta}\mathrm{d}\theta}=$$

$$\frac{(A+\beta)^{kn+\alpha}}{\Gamma(kn+\alpha)}\theta^{kn+\alpha-1}\mathrm{e}^{-(A+\beta)\theta}$$

其中 $A=\sum_{i=1}^{n}t_i$,θ 后验分布服从 $\Gamma(kn+\alpha,A+\beta)$分布。

由引理1、引理2可得 k 阶 Erlang 分布参数 θ 的 Bayes 估计。

定理1　在损失函数(2)下,(6)式为参数 θ 的先验密度,则 k 阶 Erlang 分布参数 θ 的 Bayes 估计为

$$\hat{\delta}_{\mathrm{B}}(\alpha,\beta)=\left[\frac{\Gamma(kn+\alpha+c)}{\Gamma(kn+\alpha-c)}\right]^{1/2c}\frac{1}{A+\beta},$$

其中 $A=\sum_{i=1}^{n}t_i$,$0<c<kn+\alpha$。

若 $\hat{\delta}_{\mathrm{B}}(\alpha,\beta)$ 的 Bayes 风险有限时,它是唯一的也是容许的。

证　由引理2,有

$$E(e^{-c}\mid T)=\int_0^{\infty}\frac{(A+\beta)^{kn+\alpha}}{\Gamma(kn+\alpha)}\theta^{kn+\alpha-1}\mathrm{e}^{-\theta(A+\beta)}\mathrm{d}\theta=$$

$$\frac{(A+\beta)^{kn+\alpha}}{\Gamma(kn+\alpha)}\cdot\frac{1}{(A+\beta)^{kn+\alpha-c}}\int_0^{\infty}x^{kn+\alpha-c-1}\mathrm{e}^{-x}\mathrm{d}x=$$

$$\frac{\Gamma(kn+\alpha-c)}{\Gamma(kn+\alpha)}\cdot(A+\beta)^{c}(0<c<kn+\alpha) \tag{7}$$

$$E(e^{c}\mid T)=\int_0^{\infty}\frac{(A+\beta)^{kn+\alpha}}{\Gamma(kn+\alpha)}\theta^{kn+\alpha+c-1}\mathrm{e}^{-\theta(A+\beta)}\mathrm{d}\theta=$$

$$\frac{(A+\beta)^{kn+\alpha}}{\Gamma(kn+\alpha)}\cdot\frac{1}{(A+\beta)^{kn+\alpha+c}}\int_0^{\infty}x^{kn+\alpha+c-1}\mathrm{e}^{-x}\mathrm{d}x=$$

$$\frac{\Gamma(kn+\alpha+c)}{\Gamma(kn+\alpha)}\cdot(A+\beta)^{-c} \tag{8}$$

由式(7)、式(8)及引理1,可得

$$\hat{\delta}_B(\alpha,\beta)=\left[\frac{E(\theta_c\mid T)}{E(\theta_{-c}\mid T)}\right]^{1/(2c)}=$$

$$\left[\frac{\Gamma(kn+\alpha+c)}{\Gamma(kn+\alpha-c)}\right]^{1/(2c)}\frac{1}{A+\beta}$$

由文献[9],在给定的 Bayes 决策中,在给定的先验分布下,θ 的 Bayes 估计 $\hat{\delta}_{\mathrm{B}}(\alpha,\beta)$唯一且是容许的。

2.2　参数的 E-Bayes 估计

由定理1得到的 Bayes 估计 $\hat{\delta}_B(\alpha,\beta)$ 中仍有超参数 α,β,在做数值模拟时仍然需要给定。超参数选取有一定困难,文献[10]给出超参数的估计如下:设超参数 α,β 的先验分布分别为 $\pi(\alpha)=U(0,1)$,$\pi(\beta)=U(0,p)$,若(α,β)服从区域 D 上的联合均匀分布,$D=\{(\alpha,\beta)\mid 0<\alpha<1,0<\beta<p,p>0\}$,则联合密度函数 $\pi(\alpha,\beta)=\frac{1}{p}$。

下面引入 E-Bayes 估计的定义:

定义2　对于$(\alpha,\beta)\in D$,若 $\hat{\delta}_{\mathrm{B}}(\alpha,\beta)$是参数 θ 的 Bayes 估计且连续,则称

$$\hat{\delta}_{\mathrm{EB}}(t)=\iint_D\hat{\delta}_{\mathrm{B}}(\alpha,\beta)\pi(\alpha,\beta)\mathrm{d}\alpha\mathrm{d}\beta \tag{9}$$

为参数 θ 的 E-Bayes 估计,满足$\iint_D\hat{\delta}_{\mathrm{B}}(\alpha,\beta)\pi(\alpha,\beta)\times\mathrm{d}\alpha\mathrm{d}\beta<\infty$。其中,$D$ 是超参数 α,β 可能取值范围组成的集合,$\pi(\alpha,\beta)$为(α,β)在 D 上的联合密度函数。

定理2　在损失函数(2)下,对于分布(3),取超参数 α,β 的先验密度函数 $\pi(\alpha,\beta)=\frac{1}{p}(0<\alpha<1,0<\beta<p,p>0)$,则 k 阶 Erlang 分布参数 θ 的 Bayes 估计为

$$\hat{\delta}_{\mathrm{EB}}=\frac{1}{p}\ln\frac{A+p}{A}\int_0^1\left[\frac{\Gamma(kn+\alpha+c)}{\Gamma(kn+\alpha-c)}\right]^{1/(2c)}\mathrm{d}\alpha$$

其中:$A=\sum_{i=1}^{n}t_i$,$0<c<kn+\alpha$。

证　由定义 2 可知

$$\hat{\delta}_{EB}(t) = \iint_D \hat{\delta}_B(\alpha,\beta)\pi(\alpha,\beta)\mathrm{d}\alpha\mathrm{d}\beta =$$

$$\int_0^1 \left[\int_0^p \frac{1}{p}\left(\frac{\Gamma(kn+\alpha+c)}{\Gamma(kn+\alpha-c)}\right)^{1/2c} \cdot \frac{1}{A+\beta}\mathrm{d}\beta\right]\mathrm{d}\alpha =$$

$$\frac{1}{p}\left(\int_0^p \frac{1}{A+\beta}\mathrm{d}\beta\right)\left(\int_0^1 \left(\frac{\Gamma(kn+\alpha+c)}{\Gamma(kn+\alpha-c)}\right)^{1/(2c)}\mathrm{d}\alpha\right) =$$

$$\frac{1}{p}\ln\frac{A+p}{A}\int_0^1 \left(\frac{\Gamma(kn+\alpha+c)}{\Gamma(kn+\alpha-c)}\right)^{1/(2c)}\mathrm{d}\alpha$$

2.3　参数的多层 Bayes 估计

若 θ 的先验密度函数由(6)式给出,α 和 β 的先验分布分别为区间(0,1)和(0,p)上的均匀分布,且相互独立,则参数 θ 的多层先验密度函数表示为

$$\pi(\theta) == \iint_D \pi(\theta;\alpha,\beta)\pi(\alpha)\pi(\beta)\mathrm{d}\alpha\mathrm{d}\beta =$$

$$\frac{1}{p}\iint_D \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)}\theta^{\alpha-1}\mathrm{e}^{-\beta\theta}\mathrm{d}\alpha\mathrm{d}\beta \tag{10}$$

其中 $D=\{(\alpha,\beta)|0<\alpha<1,0<\beta<p,p>0\}$,$\theta>0$。

通过上述先验分布及引理 1,即可得到参数 θ 的多层 Bayes 估计:

定理 3　在损失函数(2)下,对于分布(3),若参数 θ 的先验密度函数由(10)式给出,则参数 θ 的多层 Bayes 估计为

$$\hat{\delta}_{HB} = \left[\frac{\int_0^p\left(\int_0^1 \frac{\beta^\alpha\Gamma(kn+\alpha+c)}{(A+\beta)^{kn+\alpha+c}\Gamma(\alpha)}\mathrm{d}\alpha\right)\mathrm{d}\beta}{\int_0^p\left(\int_0^1 \frac{\beta^\alpha\Gamma(kn+\alpha-c)}{(A+\beta)^{kn+\alpha-c}\Gamma(\alpha)}\mathrm{d}\alpha\right)\mathrm{d}\beta}\right]^{1/(2c)}$$

其中 $A=\sum_{i=1}^n t_i$,$0<c<kn+\alpha$。

证　由式(10)给出的先验密度,计算参数 θ 的后验密度函数为

$$h(\theta|t) = \frac{L(t|\theta)\pi(\theta)}{\int_0^\infty L(t|\theta)\pi(\theta)\mathrm{d}\theta} =$$

$$\frac{\int_0^p\int_0^1 \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)}\theta^{kn+\alpha-1}\mathrm{e}^{-(A+\beta)\theta}\mathrm{d}\alpha\mathrm{d}\beta}{\int_0^\infty\int_0^p\int_0^1 \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)}\theta^{kn+\alpha-1}\mathrm{e}^{-(A+\beta)\theta}\mathrm{d}\alpha\mathrm{d}\beta} =$$

$$\frac{\int_0^p\int_0^1 \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)}\theta^{kn+\alpha-1}\mathrm{e}^{-(A+\beta)\theta}\mathrm{d}\alpha\mathrm{d}\beta}{\int_0^p\int_0^1 \frac{\beta^\alpha\Gamma(kn+\alpha)}{(A+\beta)^{kn+\alpha}\Gamma(\alpha)}\mathrm{d}\alpha\mathrm{d}\beta}$$

$$E(\mathrm{e}^{-c}|T) = \int_0^\infty \theta^{-c}h(\theta|t)\mathrm{d}\theta =$$

$$\frac{\int_0^\infty\int_0^p\int_0^1 \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)}\theta^{kn+\alpha-c-1}\mathrm{e}^{-(A+\beta)\theta}\mathrm{d}\alpha\mathrm{d}\beta\mathrm{d}\theta}{\int_0^p\int_0^1 \frac{\beta^\alpha\Gamma(kn+\alpha)}{\Gamma(\alpha)(A+\beta)^{kn+\alpha}}\mathrm{d}\alpha\mathrm{d}\beta} =$$

$$\frac{\int_0^p\int_0^1 \frac{\beta^\alpha\Gamma(kn+\alpha-c)}{\Gamma(\alpha)(A+\beta)^{(kn+\alpha-c)}}\mathrm{d}\alpha\mathrm{d}\beta}{\int_0^p\int_0^1 \frac{\beta^\alpha\Gamma(kn+\alpha)}{\Gamma(\alpha)(A+\beta)^{kn+\alpha}}\mathrm{d}\alpha\mathrm{d}\beta}\quad(0<c<kn+\alpha)$$

$$E(\mathrm{e}^{-c}|T) = \int_0^\infty \theta^c h(\theta|t)\mathrm{d}\theta =$$

$$\frac{\int_0^\infty\int_0^p\int_0^1 \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)}\theta^{kn+\alpha+c-1}\mathrm{e}^{-(A+\beta)\theta}\mathrm{d}\alpha\mathrm{d}\beta\mathrm{d}\theta}{\int_0^p\int_0^1 \frac{\beta^\alpha\Gamma(kn+\alpha)}{\Gamma(\alpha)(A+\beta)^{kn+\alpha}}\mathrm{d}\alpha\mathrm{d}\beta}$$

$$\frac{\int_0^p\int_0^1 \frac{\beta^\alpha\Gamma(kn+\alpha+c)}{\Gamma(\alpha)(A+\beta)^{(kn+\alpha-c)}}\mathrm{d}\alpha\mathrm{d}\beta}{\int_0^p\int_0^1 \frac{\beta^\alpha\Gamma(kn+\alpha)}{\Gamma(\alpha)(A+\beta)^{kn+\alpha}}\mathrm{d}\alpha\mathrm{d}\beta}$$

再由引理 1,有

$$\hat{\delta}_{HB} = \left[\frac{E(\theta^c|T)}{E(\theta^{-c}|T)}\right]^{1/(2c)} =$$

$$\left[\frac{\int_0^p\left(\int_0^1 \frac{\beta^\alpha\Gamma(kn+\alpha+c)}{(A+\beta)^{kn+\alpha+c}\Gamma(\alpha)}\mathrm{d}\alpha\right)\mathrm{d}\beta}{\int_0^p\left(\int_0^1 \frac{\beta^\alpha\Gamma(kn+\alpha-c)}{(A+\beta)^{kn+\alpha-c}\Gamma(\alpha)}\mathrm{d}\alpha\right)\mathrm{d}\beta}\right]^{1/(2c)}$$

3　数值分析

取样本容量 $n=100$,令 $k=3$,对应参数真值 $\theta=3$,通过 MATLAB 中的 slicesample 函数产生 1 组随机样本如下:0.405 7,0.405 3,1.459 6,1.502 6,1.664 9,1.574 5,2.126 1,1.086 8,0.419 4,0.594 0,0.410 5,0.750 0,0.765 6,1.059 3,0.599 7,0.723 8,0.227 6,0.316 0,0.781 6,0.711 8,0.870 4,2.648 8,1.206 6,0.410 0,1.285 8,0.691 7,0.683 1,1.075 7,1.057 6,0.357 9,1.133 2,0.850 8,0.183 3,0.591 1,1.353 2,1.166 7,1.158 7,1.272 2,0.436 4,2.120 8,2.410 5,0.634 7,0.957 3,0.545 6,1.413 8,1.690 0,1.474 4,0.663 2,0.944 0,0.727 4,1.670 5,0.677 4,0.421 7,2.081 2,2.061 6,1.875 0,0.460 9,1.095 3,1.077 2,1.443 4,0.974 5,0.692 7,0.511 3,0.978 4,1.001 0,0.915 6,0.721 4,1.775 0,0.295 6,1.478 1,1.487 9,0.260 3,1.369 6,1.670 2,0.501 4,0.259 4,0.753 7,1.670 1,0.645 5,0.925 1,1.514 4,0.893 9,0.616 0, 0.528 2,0.595 1,1.151 7,0.694 1,0.502 2,0.754 8,0.315 4,2.533 6,1.206 8,1.587 6,0.836 7,0.582 7,1.254 3,1.112 4,0.524 1,2.357 3,1.364 1。

根据定理 1 的需要,选取满足 $0<c<kn+\alpha$ 的任意常数,本文取 $c=100$。对先验分布 $\Gamma(\alpha,\beta)$ 的参数 α,β 取不同值,得到参数 θ 的 Bayes 估计 $\hat{\delta}_B$,见表 1。

表 1　参数 θ 的 Bayes 估计

Table 1　The Bayesian estimation of parameter θ

α	$\beta=20$	$\beta=22$	$\beta=25$	$\beta=29$	$\beta=31$	极差
0.1	2.984 2	2.986 8	2.990 3	2.998 7	3.003 1	0.018 9
0.3	2.982 3	2.985 3	2.989 2	2.993 6	3.002 7	0.020 4
0.5	2.980 3	2.984 6	2.987 3	2.991 6	3.002 3	0.022 0
0.8	2.978 7	2.982 1	2.985 6	2.989 7	2.999 8	0.021 1
0.9	2.976 8	2.980 0	2.983 2	2.988 3	2.997 6	0.020 8
极差	0.007 4	0.006 8	0.007 1	0.010 4	0.005 5	0.009 7

从表 1 可以看出,不管是横向极差还是纵向极差都在 0.0055 ~ 0.0220 之间,是比较小的,故从稳健性角度看,参数 θ 的 Bayes 估计还是很稳健的;而从精确度看,参数 θ 的 Bayes 估计的偏差在区间[0.0002,0.0332]内,偏差很小,精确度较高,故该估计具有合理性和科学性。对于超参数 α,β,当 α 取值尽可能小,而 β 取 30 左右时,参数 θ 的 Bayes 估计将更准确。

令 $k=3$,对应参数真值 $\theta=3$,当 $n=100$ 时,$A=102.2761$。取 $\beta=31$,$c=100$、110、120、130,利用 MATLAB 模拟得到不同情形下参数 θ 的 Bayes 估计 $\hat{\delta}_B$、E - Bayes 估计 $\hat{\delta}_{EB}$ 及多层 Bayes 估计 $\hat{\delta}_{HB}$,如表 2 ~ 表 4 所示。

表 2　不同 c 下参数 θ 的 Bayes 估计

Table 2　The Bayesian estimation of parameter θ under different c

α	$c=100$	$c=110$	$c=120$	$c=130$	极差
0.1	3.003 1	3.002 8	3.002 3	3.001 7	0.001 4
0.3	3.002 7	3.002 1	3.001 8	3.001 4	0.001 3
0.5	3.002 3	3.002 0	3.001 6	3.001 0	0.001 3
0.8	2.999 8	3.000 3	3.000 8	3.001 1	0.001 3
0.9	2.997 6	2.998 1	2.998 5	2.999 1	0.001 5

表 3　$p=95$ 时不同 c 下,参数 θ 的 E-Bayes 估计

Table 3　The multi-layer estimation of parameter θ at $p=95$ under different c

估计量	$c=100$	$c=110$	$c=120$	$c=130$	极差
$\hat{\delta}_{EB}$	3.0052	3.0048	3.0044	3.0039	0.0013

表 4　$p=450$ 时不同 c 下,参数 θ 的多层 Bayes 估计

Table 4　The multi-layerestimation of parameter θ at $p=450$ under different c

估计量	$c=100$	$c=110$	$c=120$	$c=130$	极差
$\hat{\delta}_{EB}$	3.0045	3.0041	3.0034	3.0031	0.0014

从表 2 ~ 表 4 可以看出,当选取了合适的 α、β、p 值,c 取 100、110、120、130 时,参数 θ 的 Bayes 估计、E-Bayes 估计、多层 Bayes 估计的极差都比较小,都在 0.0014 左右,说明参数 θ 的 3 种 Bayes 估计的稳健性都不错;从表 2 ~ 表 4 还可以看出,参数 θ 的 3 种 Bayes 估计值和真值的偏差在 0.0002 ~ 0.0052,偏差也很小,而且随着 c 值的增大,估计值越来越靠近真实值。

综上,不管是取适当的 c 值,让 α、β 改变数值;还是取合适的 α、β、p 值,让 c 改变取值,参数 θ 的 Bayes 估计的稳健性、精确度都是很高的。

参考文献:

[1] 王德辉,牛晓宁. 熵损失函数下巴斯卡分布参数的 Bayes 估计[J]. 吉林大学自然科学学报,2001(1):19-22.
[2] 韦师,李泽衣. 复合 LINEX 对称损失下 Burr Ⅻ分布参数的 Bayes 估计[J]. 高校应用数学学报:A 辑, 2017,32(1):49-54.
[3] 杜广富,贺瑞缠. LINEX 损失函数下位置参数函数的极小极大估计[J]. 纯粹数学与应用数学,2011,27(3):383-386.
[4] PODDER C K,ROY M K,Bhuiyan K J,et al. Minimax estimation of the parameter of the Pareto distribution for quadratic and MLINEX loss function[J]. Pakistan Journal of Statistics,2004,20(1):137-149.
[5] 金秀岩. MLinex 损失函数下 Gamma 分布的尺度参数的 Bayes 估计[J]. 山东师范大学学报(自然科学版),2013,28(4):65-68.
[6] 王琳,师义民,袁修国. MLINEX 损失下 Burr Ⅻ部件可靠性指标的经验贝叶斯估计[J]. 青岛科技大学学报(自然科学版),2011,32(2):204-207.
[7] 金秀岩. 复合 MLinex 对称损失函数下对数伽玛分布参数的 Bayes 估计[J]. 数学的实践与认识,2014,44(19):257-262.
[8] 胡运权. 运筹学基础及应用[M]. 北京:高等教育出版社,2004.
[9] 茆诗松,王静龙,濮晓龙. 高等数理统计[M]. 北京:高等教育出版社,2006.
[10] 韩明. 参数的 E Bayes 估计法及其应用[J]. 数学的实践与认识,2004,34(9):97-106.

Bayesian Estimation of *k*-th Erlang Distribution Parameter under Compound Mlinex Loss Function

JI Haibo

(School of Liberal and Science, Suqian College, Suqian Jiangsu 223800, China)

Abstract: The compound Mlinex symmetric loss function is defined on the basis of the Mlinex loss function. Under the compound Mlinex symmetric loss function, the Bayes estimation, E-Bayes estimation and multilayer Bayes estimation of the k-th Erlang distribution parameters are studied by using the Bayes estimation method. And its admissibility is proved. Finally, the rationality and superiority of the three kinds of Bayesian estimation of parameters are verified by Matlab simulation.

Keywords: k-th Erlang distribution; compound Mlinex loss function; Bayes estimates; admissibility

(责任编辑:张英健)