

串联式组合模型在基坑监测中的应用

陈 浩^{1,2}, 岁秀珍^{1,2}, 虞献军²

(1. 义乌市大地数字测绘有限公司, 浙江 义乌 322000;
2. 义乌市勘测设计研究院, 浙江 义乌 322000)

摘要:在传统模型基础上提出串联式组合模型,选择灰色模型对基坑监测数据的趋势项进行拟合,时间序列模型对监测数据的随机项进行拟合,发挥两者自身的特点,进行有机地组合预测分析。通过工程实例预测结果分析表明:串联式组合模型不仅能够预测出基坑的变形趋势,而且相对于时间序列模型、灰色模型有着较好的预测精度,体现出将串联式灰色时间序列组合模型应用于基坑监测的合理性和有效性。

关键词:基坑监测;时间序列模型;灰色模型;串联式组合模型

中图分类号:P227 **文献标识码:**A **文章编号:**1671-5322(2018)03-0068-05

随着城市建设的快速发展,越来越多的超高层建筑拔地而起,基坑工程也是越挖越深,施工与监测难度越来越大。城区往往是在建筑群密集的地带进行深基坑施工,由于覆土的卸载必然引起土体的位移,造成周边的地层与房屋不均匀沉降和倾斜,监测基坑是否安全尤为重要。同时,在获取监测数据以后,如何有效地对基坑监测数据进行整理应用,更是一大难题。对于监测数据进行变形预报分析的方法有:线性回归分析、时间序列分析^[1]、灰色系统分析^[2]、人工神经网络分析、卡尔曼滤波分析及蚁群分析等。在众多预测分析方法中,采用何种分析预测模型,国内外不尽相同。

文献[3]“8.4 建模和预报”中明确提出:“当只有一个变形因子时,可采用一元回归分析方法;对于沉降观测,当观测值近似呈等时间间隔时,可采用灰色建模方法;对于动态变形观测获得的时间序列,可使用时间序列分析方法建模并加以分析。”根据上述相关规定,本文采用时间序列分析、灰色系统分析作为变形数据预测模型,以多期监测数据为处理对象,分别采用单一模型进行分析,进一步提出串联式灰色时间序列组合模型,对

比分析预测数据,发现组合模型预报精度较高,由此说明串联式灰色时间序列组合模型应用于基坑监测的合理性和有效性。

1 单一预测模型

1.1 时间序列模型

时间序列分析是 20 世纪 20 年代出现的应用数理统计分析方法,在众多领域有着广泛的应用^[4]。变形监测获得的数据是按照时间序列进行记录的,因此可以将时间序列分析模型应用到变形监测数据的预测分析领域。按时间序列逐次获得的监测值一般具有相关性,对其进行研究,提取有用信息可以对未来的监测值进行预测,即利用监测数据之间的相关性找出监测对象的发展变化规律,应用数学模型对监测对象未来的发展趋势做出客观预测。

1.1.1 自回归模型(AR(p)模型)

设一个时间序列 t 时刻的观测值用 x_t 表示,并用 $x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, x_{t-p}$ 代替序列 x_t 在 t 时刻前 p 个时刻的观测值,可得到一个线性函数模型:

$$x_t = \varphi_1 x_{t-1} + \varphi_2 x_{t-2} + \dots + \varphi_p x_{t-p} + a_t \quad (1)$$

则称为自回归模型,记为 AR(p)。式中,

$\{a_t\}$ 为白噪声序列,即 a_t 是满足均值为零、方差为 δ_a^2 的正态分布,各 a_t 不相关,协方差 $\delta_{a_t} \delta_{a_{t-k}} = 0$ ($k \neq 0$); $\varphi_j(j = 1, 2, \dots, p)$ 表示回归系数。

定义延迟算子符号“ W ”,即

$$\begin{cases} Wx_t = x_{t-1} \\ W^k x_t = x_{t-k} \end{cases} \quad (2)$$

用延迟算子表示(1)式,则可改写为:

$$x_t - \varphi_1 Wx_t - \varphi_2 W^2 x_t - \dots - \varphi_p W^p x_t = a_t \quad (3)$$

1.1.2 滑动平均模型(MA(q))模型)

对自回归模型进行转变:用白噪声序列 $\{a_t\}$ 在 t 时刻的前 q 个时刻的噪声代替观测值 x_t ,则可得到新的函数表达式:

$$x_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q} \quad (4)$$

称为滑动平均模型,记为 MA(q)。

用延迟算子表示,上式可改写为:

$$x_t = a_t - \theta_1 B a_t - \theta_2 B^2 a_t - \dots - \theta_q B^q a_t \quad (5)$$

1.1.3 自回归滑动平均模型(ARMA(p, q))模型)

大多数时间序列均可采用自回归滑动平均(ARMA(p, q))模型来表示,它是自回归(AR(p))模型和滑动平均(MA(q))模型的综合形式,具有较高的精度,可以由当前和前期的观测值以及当前和前期的随机误差来解释表达,其综合函数表达式为:

$$\begin{aligned} x_t - \varphi_1 x_{t-1} - \varphi_2 x_{t-2} - \dots - \varphi_p x_{t-p} = \\ a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q} \end{aligned} \quad (6)$$

即

$$\begin{aligned} x_t = \varphi_1 x_{t-1} + \varphi_2 x_{t-2} + \dots + \varphi_p x_{t-p} + a_t - \\ \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q} \end{aligned} \quad (7)$$

1.2 灰色系统分析模型

自1982年邓聚龙教授首次提出灰色系统理论,经过30多年,该理论已经发展成为一门新兴的学科^[5]。灰色系统理论的优点在于建模所需要的数据量小,能较好地处理信息系统,不同于现有的大部分预测模型,研究系统的变化规律需要观测大量的实验数据,再进行概率统计分析。灰色系统理论通过对原始数据进行累加处理,弱化系统的随机性,增强规律性,应用微分方程对生成数列建模,进而拟合出与系统相吻合的数学模型,并对未来发展趋势做出预测。

设原始观测序列值为:

$$X^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n))$$

对 $x^{(0)}(t)$ 进行一次累加,得到 $x^{(1)}(t)$ 的

1-AGO序列为:

$$X^{(1)} = (x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n)) \quad (8)$$

$X^{(1)}$ 的紧邻均值生成序列为:

$$Z^{(1)} = (z^{(1)}(1), z^{(1)}(2), \dots, z^{(1)}(n)) \quad (9)$$

式中,

$$z^{(1)}(t) = \frac{1}{2}(x^{(1)}(t) + x^{(1)}(t-1)) \quad (t = 2, \dots, n)$$

将 $x^{(0)}(t)$, $z^{(1)}(t)$ 代入灰色微分方程式,有:

$$\begin{aligned} x^{(0)}(2) + az^{(1)}(2) &= u \\ x^{(0)}(3) + az^{(1)}(3) &= u \\ &\vdots \\ x^{(0)}(n) + az^{(1)}(n) &= u \end{aligned}$$

上面方程使用矩阵形式表示为:

$$Y = B\alpha \quad (10)$$

式中,

$$Y = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & 1 \\ -z^{(1)}(3) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix}, \alpha = \begin{bmatrix} a \\ u \end{bmatrix}。$$

α 为待定参数,根据最小二乘法求解 α ,对于 α 的估计值 $\hat{\alpha}$ 可得相应的误差序列为:

$$\varepsilon = Y - B\hat{\alpha} \quad (11)$$

设 $M = \varepsilon^T \varepsilon = (Y - B\hat{\alpha})^T (Y - B\hat{\alpha})$,目标是使 M 最小,利用矩阵的求导公式可得 α 的最小二乘估计公式:

$$\hat{\alpha} = (B^T B^{-1} B^T Y) \quad (12)$$

$$x^{(1)}(t) = \left[x^{(1)}(1) - \frac{u}{a} \right] e^{-at} + \frac{u}{a} \quad (13)$$

将 $\hat{\alpha} = [a, u]^T$ 代入,进行累减还原,得到GM(1,1)模型的预测函数关系式为:

$$\begin{aligned} \hat{x}^{(0)}(t) = \\ (1 - e^a)(x^{(0)}(1) - \frac{u}{a})e^{-a(t-1)} \quad (t = 2, \dots, n) \end{aligned} \quad (14)$$

2 串联式组合预测模型

串联式组合模型是从构造模型结构的角度出发,将各单一模型进行组合。串联式组合模型主要有两种类型:一类,从已有的监测成果着手,分析预测对象的变形影响因素,对相应的部分应用单项模型进行预测,再以串联的逻辑形式进行组

合预测;另一类,从已有的单一模型着手,分析单一模型的数学函数式,将多个单一模型进行数学组合,构成相应的组合模型。串联式组合模型具

体的构造形式(如图 1 所示)。在监测工程中,串联式组合模型应用有灰色时间序列模型。

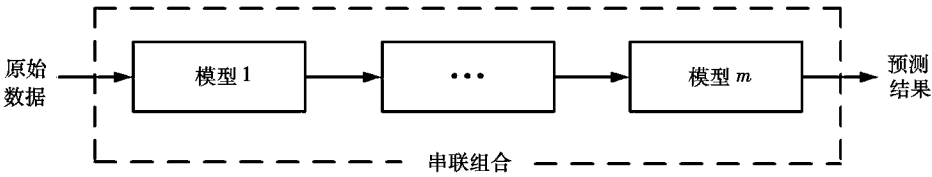


图 1 串联组合预测
Fig.1 Series combination forecast model

大量的监测数据表明,变形体随时间发生位移变化呈现为趋势性和随机性。基坑的变形同样具有这样的性质,往往采用单一的模型很难将趋势项和随机项同时体现出来,这样采用组合式模型势必具有一定的可行性。将时间序列模型与灰色系统(GM 模型)构造成串联式组合模型,趋势项采用灰色建模,随机项采用时间序列建模,组成的新模型—灰色时间序列模型(GMMA 模型)。

将监测数据序列表示成趋势项与随机项的叠加式,即

$$y_t = R_t + S_t, (t = 1, 2, \cdots, n) \tag{15}$$

式中, R_t 表示序列的趋势项, S_t 表示为序列的随机项。

灰色系统建模过程中将原始序列 $\{x_t\}$ 进行累计生成新的序列 $\{x_t^{(1)}\}$, 这样将原始序列中所蕴含的确定性信息得到进一步的加强, 将随机性大为减弱。因此, 灰色模型对趋势项 (R_t) 的提取是充分的, 绝大部分的随机和伪随机信息都存在于随机项 (S_t) 中。再对随机项 (S_t) 建立 AR-MA (p, q) 模型, 能较准确地进行相关分析。建立灰色时间序列模型的步骤:

- (1) 对原始序列 $\{x_t\}$ 应用灰色系统 GM (1, 1) 模型建模, 生成拟合序列 $\{\hat{x}_t\}$ ($\hat{x}_t = (1 - e^a)(x_1 - \frac{u}{a})e^{-a(t-1)}$), 将此序列作为趋势项;
- (2) 计算随机项 $\{S_t\}$ ($s_t = x_t - \hat{x}_t$);
- (3) 采用时间序列对随机项 $\{S_t\}$ 建模, 由时间分析理论, s_t 的表达式为:

$$s_t = \varphi_1 \varepsilon_{t-1} + \varphi_2 \varepsilon_{t-2} + \cdots + \varphi_n \varepsilon_{t-n} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \cdots - \theta_m a_{t-m} \tag{16}$$

式中: φ_i 为自回归系数, $i = 1, 2, 3, \cdots, n$; θ_j 为滑动平均参数, $j = 1, 2, 3, \cdots, m$; a_t 为残差(是白噪声);

(4) 将(1)和(3)计算得到趋势项和随机项进行组合, 再求取灰色时间序列模型 x_t 的表达式为:

$$x_t = \hat{x}_t + s_t = (1 - e^a)(x_1 - \frac{u}{a})e^{-a(t-1)} + \varphi_1 \varepsilon_{t-1} + \varphi_2 \varepsilon_{t-2} + \cdots + \varphi_n \varepsilon_{t-n} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \cdots - \theta_m a_{t-m} \tag{17}$$

取 $t = n + 1, n + 2, \cdots$, 运用公式(17)对未来监测数据进行预测。

3 案例分析

义乌经济开发区某大型房建工程, 项目所涉及基坑均为一级基坑, 采用排桩支护结构。本文从监测期间的样本中选出其中具有代表性的 4 类沉降监测点(表 1)进行分析: 累计沉降量最大(点 ZD18), 累计沉降量最小(点 YD3), 累计沉降量处于最大与最小值之间(点 ZD30), 沉降量处于上下波动(点 ZD34), 这 4 类数据能够代表实际监测数据的多样性、普遍性。

分别采用时间序列模型、灰色模型、串联式组合 GMMA 模型, 对沉降点 ZD18、YD3、ZD30、ZD34 的累计变化值进行 30 ~ 40 期拟合分析处理, 选用平方和误差(SSE)、均方误差(MSE)、平均绝对误差(MAE)、平均绝对百分比误差(MAPE)、均方百分比误差(MSPE)作为评价指标, 分别对单一模型与组合模型的预测精度进行对比分析, 各个模型对各点的预测精度比较如表 2、表 3 所示。

表 1 4 类沉降监测点的累计沉降量

Table 1 Accumulative settlement amounts of 4 types of settle ment monitoring points					mm				
日期	ZD18	YD3	ZD30	ZD34	日期	ZD18	YD3	ZD30	ZD34
07.20	-15.3	-0.5	-11.2	-10.5	10.08	-28.2	-5.4	-16.4	-11.2
07.24	-15.9	-0.9	-11.4	-9.9	10.12	-29.0	-6.0	-16.6	-11.6
07.28	-18.3	-1.3	-11.9	-10.1	10.16	-28.3	-6.2	-16.9	-12.1
08.01	-19.8	-1.5	-12.2	-10.3	10.20	-28.8	-6.5	-17.2	-11.6
08.05	-21.3	-1.4	-12.8	-10.6	10.24	-29.5	-6.4	-17.5	-11.2
08.09	-23.0	-1.8	-12.9	-11.2	10.28	-31.3	-6.6	-17.9	-11.5
08.13	-23.4	-2.1	-12.6	-11.3	11.01	-32.0	-6.4	-18.3	-11.7
08.17	-23.9	-2.2	-12.8	-11.4	11.05	-31.8	-5.9	-18.6	-11.7
08.21	-24.7	-2.7	-13	-11.5	11.09	-32.1	-6.4	-18.9	-11.9
08.25	-25.1	-2.9	-13.1	-11.9	11.13	-31.7	-6.6	-19.1	-12.6
08.29	-24.8	-3.0	-13.2	-11.4	11.17	-31.5	-6.9	-19.2	-13.3
09.02	-25.2	-2.8	-13.4	-11.2	11.21	-31.7	-7.3	-19.5	-13.9
09.06	-25.7	-3.3	-13.1	-11.1	11.25	-31.9	-7.4	-19.9	-13.5
09.10	-25.8	-3.4	-13.3	-11.6	11.29	-32.1	-7.5	-20.1	-13.9
09.14	-26.1	-3.8	-13.9	-10.8	12.03	-32.9	-7.6	-20.3	-13.8
09.18	-26.7	-3.9	-14.5	-10.3	12.07	-33.7	-7.9	-20.5	-13.9
09.22	-27.0	-4.2	-14.9	-10.5	12.11	-34.6	-8.1	-20.7	-14.2
09.26	-27.1	-4.5	-15.1	-11.0	12.15	-34.7	-8.2	-21.0	-14.4
09.30	-27.3	-4.7	-15.8	-11.0	12.19	-35.1	-8.4	-21.3	-14.3
10.04	-27.6	-4.9	-16.2	-10.9	12.23	-35.6	-8.7	-21.5	-14.9

表 2 ZD18、YD3 的预测精度比较

Table 2 Comparison of prediction accuracy between ZD18 and YD3						
评价指标	ZD18			YD3		
	时间序列模型	灰色理论模型	GMMA 模型	时间序列模型	灰色理论模型	GMMA 模型
SSE	6.1103	23.4470	4.6743	1.8387	14.0989	1.6175
MSE	0.4178	0.8185	0.3654	0.2260	0.6258	0.2120
MAE	0.2965	0.7179	0.2672	0.1660	0.5096	0.1756
MAPE	0.0101	0.0250	0.0091	0.0424	0.1293	0.0384
MSPE	0.0024	0.0048	0.0021	0.0112	0.0348	0.0079

表 3 ZD30、ZD34 的预测精度比较

Table 3 Comparison of prediction accaracy between ZD30 and ZD34						
评价指标	ZD30			ZD34		
	时间序列模型	灰色理论模型	GMMA 模型	时间序列模型	灰色理论模型	GMMA 模型
SSE	0.5681	5.5791	0.4463	2.6986	15.0812	1.7483
MSE	0.1312	0.4112	0.1163	0.2860	0.6760	0.2302
MAE	0.1042	0.3513	0.0830	0.2499	0.6102	0.1856
MAPE	0.0067	0.0215	0.0052	0.0205	0.0514	0.0153
MSPE	0.0015	0.0046	0.0013	0.0041	0.0101	0.0033

由表中 5 种评价指标可见,灰色理论模型的各项评价指标值均为最高,说明它对各沉降点的预测效果是众多模型中最差的;串联式 GMMA 模型精度指标误差较小,说明它的预测精度高,充分

说明组合型模型优于单一预测模型。

4 总结

从实际工程数据分析,串联式灰色时间序列

模型的预测精度相对于单一预测模型有着较高的精度。组合预测从构造模型结构的角度出发,将各单一模型进行组合,综合考虑了各种沉降数据

的影响因素,在基坑监测中有切实可行性。在今后基坑监测预测分析中,串联式组合模型具有很好的应用前景。

参考文献:

- [1] 商志根,姚志树. 基于混沌时间序列的水电机组状态短期预测[J]. 盐城工学院学报(自然科学版),2010,23(2):27-31.
- [2] 容静,文鸿雁,周吕. 一种改进灰色预测模型在变形预测中的应用[J]. 测绘科学,2017(3):35-38.
- [3] 建设综合勘察研究设计院有限公司,安徽同济建设集团有限责任公司. 建筑变形测量规范:JGJ8—2016[S]. 北京:中国建筑工业出版社,2016.
- [4] 侯建国,王腾军. 变形监测理论与应用[M]. 北京:测绘出版社,2008:125-140.
- [5] 刘思峰,谢乃明. 灰色系统理论及其应用[M]. 北京:科学出版社,2014:12-20.

Application of Serial Combination Model in Foundation Pit Monitoring

CHEN Hao^{1,2}, SUI Xiuzhen^{1,2}, YU Xianjun²

(1. Yiwu Geodetic Digital Surveying and Mapping, Co. Ltd, Yiwu Zhejiang 322000, China;
2. Yiwu Design and Research Institute of Exploration and Surveying, Yiwu Zhejiang 322000, China)

Abstract: Based on the traditional model, a series combination mode is proposed. The grey model is selected to fit the trend item of the monitoring data of the foundation pit. The time series model is used to fit the random items of the monitoring data. Taking advantage of their own characteristics, an organic combination forecasting analysis is carried out. Through the analysis of engineering example prediction results, it shows that the series combination model not only can predict the deformation trend of the foundation pit, but also has a better prediction precision relative to the time series model and the grey model. It shows the rationality and validity of applying the series grey time series combination model to foundation pit monitoring.

Keywords: foundation pit monitoring; time series model; grey model; serial combination model

(责任编辑:张英健)

我校举办 2018 海峡两岸建材与环保高峰论坛

2018 年 9 月 15 至 16 日,2018 海峡两岸建材与环保高峰论坛在盐城工学院盛大开幕。来自海峡两岸 80 多位在建材与环保领域颇有建树的专家、学者齐聚瓢城,切磋交流。

本次论坛以“围绕建材做环保、立足环保做建材”为主题,由江苏省新型环保重点实验室、江苏高校生态建材与环保装备协同创新中心共同主办,我校环境学院、化工学院和材料学院协办。校建材与环保类科研团队成员、相关专业在校研究生、本科生 200 多人参加了此次高峰论坛。加拿大皇家科学院院士、上海大学教授张久俊,美国混凝土学会科研终身成就奖——亚瑟·安德森奖章获得者、澳门大学教授李宗津等 10 余位专家做了 15 场专题报告,就建材与环保发展中的基础、应用和前沿问题,建材与环保领域以及相关产业所面临的机遇、挑战和未来发展方向进行深入探讨,为与会者带来一场建材与环保领域的科研饕餮盛宴。

(姚爱华 供稿)